Matematička logika i skupovi

Matematika za ekonomiste 1

Damir Horvat

FOI, Varaždin

Matematička logika

Zadatak 1

Odredite istinitost sljedećih izjava:

a) $3x - 5$ *je parni broj.*

b) *Broj* 2 *nije prosti broj.*

c) $(3 < 2) \wedge (2 > 1)$

d) *Ako je* 4 *neparni broj, tada je* 3 *parni broj.*

e) $((\pi \in \mathbb{Q}) \vee (5^2 = 25)) \Rightarrow (5^2 = 20)$

Rješenje

Konjunkcija

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Implikacija

a	b	$a \Rightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

a) $3x - 5$ *je parni broj.*

Ova izjava nije sud pa ne možemo odrediti njezinu istinitost.
Ova izjava je predikat.

b) *Broj* 2 *nije prosti broj.*

Ova izjava je lažni sud.

c) $(3 < 2) \wedge (2 > 1) \rightsquigarrow 0 \wedge 1 \;=\; 0$

Ova izjava je lažni sud.

d) *Ako je* 4 *neparni broj, tada je* 3 *parni broj.*

$\text{4 je neparni broj} \;\Rightarrow\; \text{3 je parni broj} \rightsquigarrow 0 \Rightarrow 0 \;=\; 1$

Ova izjava je istinit sud.

Implikacija

a	b	$a \Rightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Disjunkcija

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

e) $((\pi \in \mathbb{Q}) \vee (5^2 = 25)) \Rightarrow (5^2 = 20)$

$(0 \vee 1) \Rightarrow 0 \;=\; 1 \Rightarrow 0 \;=\; 0$

Ova izjava je lažni sud.

$a \Rightarrow b \;=\; \bar{a} \vee b$

$\overline{a \Rightarrow b} \;=\; a \wedge \bar{b}$

De Morganovi zakoni

$\overline{a \vee b} \;=\; \bar{a} \wedge \bar{b}$

$\overline{a \wedge b} \;=\; \bar{a} \vee \bar{b}$

Zadatak 2

Negirajte implikaciju

$$((\pi \in \mathbb{Q}) \vee (5^2 = 25)) \Rightarrow (5^2 = 20).$$

Rješenje

Negacija implikacije

$$((\pi \in \mathbb{Q}) \vee (5^2 = 25)) \wedge (5^2 \neq 20)$$

Rješenje

$P(x,y) =$ "$x + y = 0$"

a) $\forall x \forall y\, P(x,y)$

$\mathcal{U}_1 = \mathbb{Z}$

Suma svaka dva cijela broja jednaka je nula.

Sud $\forall x \forall y\, P(x,y)$ je lažni sud. Na primjer, suma cijelih brojeva 5 i -3 je različita od nula.

Predikat $P(x,y)$ ne vrijedi u $\mathbb{Z}$.

$\mathcal{U}_2 = \mathbb{N}$

Suma svaka dva prirodna broja jednaka je nula.

Sud $\forall x \forall y\, P(x,y)$ je lažni sud jer je suma prirodnih brojeva uvijek strogo veća od nule.

Predikat $P(x,y)$ ne vrijedi u $\mathbb{N}$.

Zadatak 3

Zadan je predikat $P(x,y) =$ "$x + y = 0$". Ispitajte istinitost sljedećih sudova u univerzumima razmatranja $\mathcal{U}_1 = \mathbb{Z}$ i $\mathcal{U}_2 = \mathbb{N}$.

a) $\forall x \forall y\, P(x,y)$ b) $\forall x \exists y\, P(x,y)$ c) $\exists y \forall x\, P(x,y)$

d) $\exists x \exists y\, P(x,y)$ e) $\forall x \exists ! y\, P(x,y)$ f) $\forall x \forall y\, \neg P(x,y)$

$P(x,y) =$ "$x + y = 0$"

b) $\forall x \exists y\, P(x,y)$

$\mathcal{U}_1 = \mathbb{Z}$

Za svaki cijeli broj x postoji cijeli broj y takav da je njihova suma jednaka nula.

Sud $\forall x \exists y\, P(x,y)$ je istinit sud. Naime, suma suprotnih cijelih brojeva jednaka je nula, tj. $y = -x$.

$\mathcal{U}_2 = \mathbb{N}$

Za svaki prirodni broj x postoji prirodni broj y takav da je njihova suma jednaka nula.

Sud $\forall x \exists y\, P(x,y)$ je lažni sud jer je suma prirodnih brojeva uvijek strogo veća od nule.

$P(x,y) =$ “$x+y=0$”

c) $\exists y \forall x\, P(x,y)$

$\mathcal{U}_1 = \mathbb{Z}$

Postoji cijeli broj y koji u sumi sa svakim cijelim brojem x daje nulu.

Sud $\exists y \forall x\, P(x,y)$ je lažni sud. Naime, svaki cijeli broj y jedino sa svojim suprotnim brojem $-y$ u sumi daje nulu.

$\mathcal{U}_2 = \mathbb{N}$

Postoji prirodni broj y koji u sumi sa svakim prirodnim brojem x daje nulu.

Sud $\exists y \forall x\, P(x,y)$ je lažni sud jer je suma prirodnih brojeva uvijek strogo veća od nule.

$P(x,y) =$ “$x+y=0$”

d) $\exists x \exists y\, P(x,y)$

$\mathcal{U}_1 = \mathbb{Z}$

Postoje dva cijela broja čija suma je jednaka nula.

Sud $\exists x \exists y\, P(x,y)$ je istinit sud. Na primjer, suma cijelih brojeva 4 i -4 je jednaka nula.

Predikat $P(x,y)$ je zadovoljiv u $\mathbb{Z}$.

$\mathcal{U}_2 = \mathbb{N}$

Postoje dva prirodna broja čija suma je jednaka nula.

Sud $\exists x \exists y\, P(x,y)$ je lažni sud jer je suma prirodnih brojeva uvijek strogo veća od nule.

Predikat $P(x,y)$ nije zadovoljiv u $\mathbb{N}$.

$P(x,y) =$ “$x+y=0$”

e) $\forall x \exists! y\, P(x,y)$

$\mathcal{U}_1 = \mathbb{Z}$

Za svaki cijeli broj x postoji jedinstveni cijeli broj y takav da je njihova suma jednaka nula.

Sud $\forall x \exists! y\, P(x,y)$ je istinit sud. Naime, cijeli broj x jedino sa svojim suprotnim brojem $-x$ daje u sumi nulu.

$\mathcal{U}_2 = \mathbb{N}$

Za svaki prirodni broj x postoji jedinstveni prirodni broj y takav da je njihova suma jednaka nula.

Sud $\forall x \exists! y\, P(x,y)$ je lažni sud jer je suma prirodnih brojeva uvijek strogo veća od nule.

$P(x,y) =$ “$x+y=0$”

$\neg P(x,y) =$ “$x+y \neq 0$”

f) $\forall x \forall y\, \neg P(x,y)$

$\mathcal{U}_1 = \mathbb{Z}$

Suma svaka dva cijela broja je različita od nula.

Sud $\forall x \forall y\, \neg P(x,y)$ je lažni sud. Na primjer, suma cijelih brojeva 2 i -2 je jednaka nula.

Predikat $\neg P(x,y)$ ne vrijedi u $\mathbb{Z}$.

$\mathcal{U}_2 = \mathbb{N}$

Suma svaka dva prirodna broja je različita od nula.

Sud $\forall x \forall y\, \neg P(x,y)$ je istinit sud jer je suma prirodnih brojeva uvijek strogo veća od nule.

Predikat $\neg P(x,y)$ vrijedi u $\mathbb{N}$.

Zadatak 4

Negirajte sljedeće tvrdnje i ispitajte njihovu istinitost u univerzumu razmatranja $\mathbb{N}$*:*

a) $\forall n \exists k \, (n = 2k + 1)$

b) $\exists n \, (n > 5)$

c) $\forall n \, (n \text{ je djeljiv s } 3)$

Rješenje $\boxed{\mathcal{U} = \mathbb{N}}$

$$\neg \forall x \, P(x) = \exists x \, \neg P(x)$$
$$\neg \exists x \, P(x) = \forall x \, \neg P(x)$$

a) $\forall n \exists k \, (n = 2k + 1) \leftsquigarrow$ lažna tvrdnja

Svi prirodni brojevi su neparni.

Negacija tvrdnje $\quad \exists n \forall k \, (n \neq 2k + 1)$

b) $\exists n \, (n > 5) \leftsquigarrow$ istinita tvrdnja

Postoji prirodni broj koji je veći od 5.

Negacija tvrdnje $\quad \forall n \, (n \leqslant 5)$

c) $\forall n \, (n \text{ je djeljiv s } 3) \leftsquigarrow$ lažna tvrdnja

Svaki prirodni broj je djeljiv s 3.

Negacija tvrdnje $\quad \exists n \, (n \text{ nije djeljiv s } 3)$

Tvrdnje u matematici

$$\underbrace{A}_{\text{pretpostavka}} \Rightarrow \underbrace{B}_{\text{zaključak}}$$

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

- A je dovoljan uvjet za B
- B je nužan uvjet za A
- Ukoliko postoji slučaj kod kojeg istinita pretpostavka vodi do lažnog zaključka, tvrdnja ne vrijedi.

TVRDNJA:	$A \Rightarrow B$
OBRAT TVRDNJE:	$B \Rightarrow A$
SUPROTNA TVRDNJA:	$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$
KONTRAPOZICIJA:	$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$

Primjer 1

Tvrdnja $\quad A \Rightarrow B$

Ako prirodni broj završava s parnom znamenkom, tada je on djeljiv s 2.

$$\begin{aligned}
A &= \text{"prirodni broj završava s parnom znamenkom"} \\
B &= \text{"prirodni broj je djeljiv s 2"} \\
\overline{A} &= \text{"prirodni broj završava s neparnom znamenkom"} \\
\overline{B} &= \text{"prirodni broj nije djeljiv s 2"}
\end{aligned}$$

Tvrdnja $A \Rightarrow B \leftrightsquigarrow$ istinita tvrdnja

Ako prirodni broj završava s parnom znamenkom, tada je on djeljiv s 2.

Obrat tvrdnje $B \Rightarrow A \leftrightsquigarrow$ istinita tvrdnja

Ako je prirodni broj djeljiv s 2, tada on završava s parnom znamenkom.

Suprotna tvrdnja $\overline{A} \Rightarrow \overline{B} \leftrightsquigarrow$ istinita tvrdnja

Ako prirodni broj završava s neparnom znamenkom, tada on nije djeljiv s 2.

Kontrapozicija $\overline{B} \Rightarrow \overline{A} \leftrightsquigarrow$ istinita tvrdnja

Ako prirodni broj nije djeljiv s 2, tada on završava s neparnom znamenkom.

Ekvivalentne tvrdnje

- Ako su obje tvrdnje $A \Rightarrow B$ i $B \Rightarrow A$ istinite, tada govorimo da su tvrdnje A i B ekvivalentne tvrdnje i pišemo $A \Leftrightarrow B$.

akko

$$\boxed{A \Leftrightarrow B} \leftrightsquigarrow \boxed{A \Rightarrow B, \quad B \Rightarrow A}$$

ako i samo ako

- A je nužan i dovoljan uvjet za B
- B je nužan i dovoljan uvjet za A

Primjer 2

Tvrdnja $A \Rightarrow B$

Ako je prirodni broj djeljiv s 9, tada je on djeljiv s brojem 3 ili s brojem 2.

De Morganovi zakoni

$$\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$$

$$\overline{a \wedge b} = \overline{a} \vee \overline{b}$$

$A =$ "prirodni broj je djeljiv s 9"

$B =$ "prirodni broj je djeljiv s brojem 3 ili je djeljiv s brojem 2"

$\overline{A} =$ "prirodni broj nije djeljiv s 9"

$\overline{B} =$ "prirodni broj nije djeljiv s brojem 3 i nije djeljiv s brojem 2"

Tvrdnja $A \Rightarrow B \leftrightsquigarrow$ istinita tvrdnja

Ako je prirodni broj djeljiv s 9, tada je on djeljiv s brojem 3 ili s brojem 2. (broj djeljiv s 9 je također djeljiv s 3)

Obrat tvrdnje $B \Rightarrow A \leftrightsquigarrow$ lažna tvrdnja

Ako je prirodni broj djeljiv s brojem 3 ili je djeljiv s brojem 2, tada je on djeljiv s 9. (8 je djeljiv s 3 ili s 2, ali nije djeljiv s 9)

Suprotna tvrdnja $\overline{A} \Rightarrow \overline{B} \leftrightsquigarrow$ lažna tvrdnja

Ako prirodni broj nije djeljiv s 9, tada on nije djeljiv s brojem 3 i nije djeljiv s brojem 2. (8 nije djeljiv s 9, ali je djeljiv s 2)

Kontrapozicija $\overline{B} \Rightarrow \overline{A} \leftrightsquigarrow$ istinita tvrdnja

Ako prirodni broj nije djeljiv s brojem 3 i nije djeljiv s brojem 2, tada on nije djeljiv s 9. (broj koji nije djeljiv s 3, nije djeljiv niti s 9)

Skupovi

Zadatak 5

Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3 < x \leqslant 8\},$$

$$B = \{x : x < 10 \wedge (x = 2n \text{ za neki } n \in \mathbb{N})\}.$$

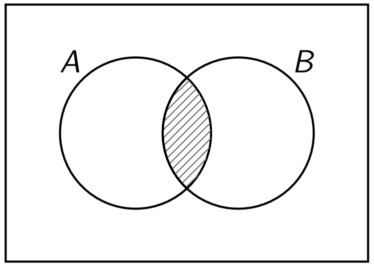
Ispišite elemente skupova A i B te odredite skupove $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \triangle B$ i A^c ako je univerzalni skup $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Rješenje

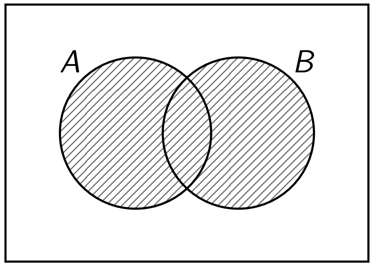
$A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ $\qquad$ $B = \{2, 4, 6, 8\}$

$\boxed{A = \{4, 5, 6, 7, 8\}}$ $\qquad$ $\boxed{B = \{2, 4, 6, 8\}}$

$A \cap B = \{4, 6, 8\}$

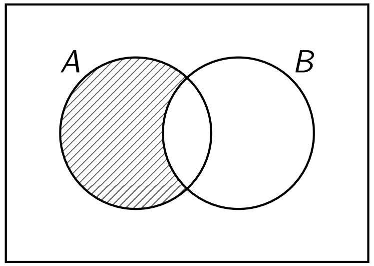


$A \cup B = \{4, 5, 6, 7, 8, 2\}$

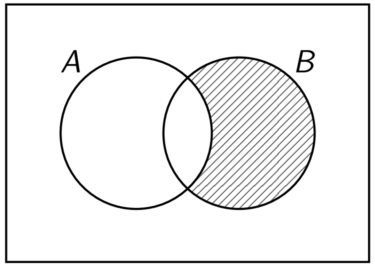


$\boxed{A = \{4, 5, 6, 7, 8\}}$ $\qquad$ $\boxed{B = \{2, 4, 6, 8\}}$

$A \setminus B = \{5, 7\}$



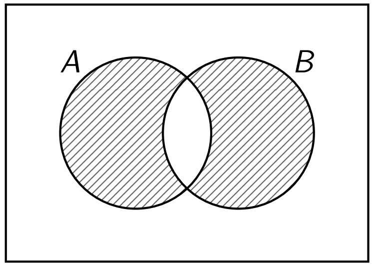
$B \setminus A = \{2\}$



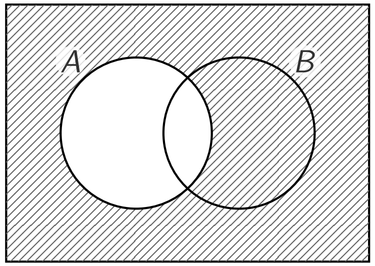
$\boxed{A = \{4, 5, 6, 7, 8\}}$ $\qquad$ $\boxed{B = \{2, 4, 6, 8\}}$

$\boxed{\mathcal{U} = \mathbb{N}}$

$A \triangle B = \{2, 5, 7\}$



$A^c = \{1, 2, 3, 9, 10, 11, 12, \dots\}$



$$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

$$A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

$$A^c = \{x \in \mathbb{N} : (x \leqslant 3) \vee (x \geqslant 9)\}$$

$\boxed{A \cap B = \{4, 6, 8\}}$

$\boxed{A \setminus B = \{5, 7\}}$ $\boxed{B \setminus A = \{2\}}$ $\boxed{A \cup B = \{4, 5, 6, 7, 8, 2\}}$

Zadatak 6

Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : |x-1| < 3\} \quad i \quad B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \leqslant 10\}.$$

Ispišite elemente skupova A i B te odredite skup $\mathcal{P}(A \cap B)$.

Rješenje

$$|x-1| < 3$$

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geqslant 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

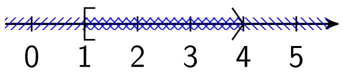
1. slučaj

$$x - 1 \geqslant 0$$

uvjet $\rightsquigarrow$ $\boxed{x \geqslant 1}$

$$x - 1 < 3$$

$$\boxed{x < 4}$$



$$\boxed{x \in [1, 4\rangle}$$

2. slučaj

$$x - 1 < 0$$

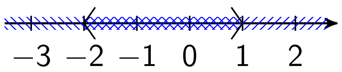
uvjet $\rightsquigarrow$ $\boxed{x < 1}$

$$-(x-1) < 3$$

$$-x + 1 < 3$$

$$-x < 2$$

$$\boxed{x > -2}$$



$$\boxed{x \in \langle -2, 1\rangle}$$

KONAČNO RJEŠENJE: $x \in \langle -2, 1\rangle \cup [1, 4\rangle$

$$\boxed{x \in \langle -2, 4\rangle}$$

$\boxed{A = \{x \in \mathbb{Z} : |x-1| < 3\}}$ $\boxed{B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \leqslant 10\}}$

$x \in \langle -2, 4\rangle \rightsquigarrow$ rješenje nejednadžbe $|x-1| < 3$ u skupu $\mathbb{R}$

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3\} \qquad B = \{1, 2, 3\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3\}$$

$$\mathcal{P}(A \cap B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, A \cap B\}$$

$$k(\mathcal{P}(S)) = 2^{k(S)}$$

Koje relacije vrijede između skupova A i B?

$$B \subseteq A, \quad B \subset A$$

Zadatak 7

Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - x - 2 \leqslant 0\} \quad i \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 - x > 0\}.$$

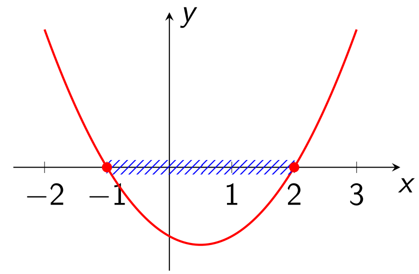
Ispišite elemente skupova A i B te odredite njihovu simetričnu razliku.

Rješenje

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$4 - x > 0$$
$$-x > -4$$
$$x < 4$$
$$\boxed{x \in \langle -\infty, 4\rangle}$$

$$x^2 - x - 2 \leqslant 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$$
$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$
$$x_1 = 2, \quad x_2 = -1$$



$$\boxed{x \in [-1, 2]}$$

$$\boxed{A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - x - 2 \leqslant 0\}} \qquad \boxed{B = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 - x > 0\}}$$

$x \in \langle -\infty, 4\rangle \rightsquigarrow$ rješenje nejednadžbe $4 - x > 0$ u skupu $\mathbb{R}$

$x \in [-1, 2] \rightsquigarrow$ rješenje nejednadžbe $x^2 - x - 2 \leqslant 0$ u skupu $\mathbb{R}$

$$A = \{-1, 0, 1, 2\} \qquad B = \{1, 2, 3\}$$

$$A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3\} \qquad A \cap B = \{1, 2\}$$

$$A \triangle B = \{-1, 0, 3\}$$

$$A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$
$$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

Zadatak 8

Zadani su skupovi

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2x+5}{x-1} \leqslant \frac{1}{2}\right\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : -8 \leqslant x < -6\}$$

$$C = \left\{x \in \mathbb{Z} : \left(\frac{2x+5}{x-1} \leqslant \frac{1}{2}\right) \wedge (x < 0)\right\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} : -8 \leqslant x < -6\}$$

Odredite elemente skupova A, B, C i D te odredite skupove

$$A \cap B,\ (A \cup B) \setminus D,\ \mathcal{P}(D),\ C \times D,\ D \times C,\ D^2.$$

Rješenje

$$\frac{2x+5}{x-1} \leqslant \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x+5}{x-1} - \frac{1}{2} \leqslant 0$$

$$\frac{2(2x+5) - (x-1)}{2(x-1)} \leqslant 0$$

$$\frac{3x+11}{2x-2} \leqslant 0$$

$$3x + 11 = 0 \qquad 2x - 2 = 0$$
$$x = -\frac{11}{3} \qquad x = 1$$

	$-\infty$ do $-\frac{11}{3}$	$-\frac{11}{3}$ do 1	1 do $+\infty$
$3x+11$	$-$	$+$	$+$
$2x-2$	$-$	$-$	$+$
$\frac{3x+11}{2x-2}$	$+$	$-$	$+$

RJEŠENJE: $x \in \left[-\frac{11}{3}, 1\right\rangle$

$$A = \left[-\frac{11}{3}, 1\right\rangle \qquad B = [-8, -6\rangle$$

$$C = \{-3, -2, -1\} \qquad D = \{-8, -7\}$$

$$A = \left[-\frac{11}{3}, 1\right\rangle, \; B = [-8, -6\rangle, \; C = \{-3, -2, -1\}, \; D = \{-8, -7\}$$

$A \cap B = \emptyset \leftsquigarrow A$ i B su disjunktni skupovi

$$A \cup B = [-8, -6\rangle \cup \left[-\frac{11}{3}, 1\right\rangle$$

$$\boxed{D^2 = D \times D}$$

$$(A \cup B) \setminus D = \langle -8, -7\rangle \cup \langle -7, -6\rangle \cup \left[-\frac{11}{3}, 1\right\rangle$$

$$\mathcal{P}(D) = \{\emptyset, \{-8\}, \{-7\}, D\}$$

$$\boxed{C \times D \neq D \times C}$$

$$C \times D = \{(-3,-8), (-3,-7), (-2,-8), (-2,-7), (-1,-8), (-1,-7)\}$$

$$D \times C = \{(-8,-3), (-8,-2), (-8,-1), (-7,-3), (-7,-2), (-7,-1)\}$$

$$D^2 = \{(-8,-8), (-8,-7), (-7,-8), (-7,-7)\}$$

Nekoliko kratkih primjera i napomena

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 3 = 0\} \qquad B = \{x \in \mathbb{C} : x^2 + 3 = 0\}$$

$$x^2 + 3 = 0$$
$$x^2 = -3$$
$$x_1 = i\sqrt{3}, \quad x_2 = -i\sqrt{3}$$

$$A = \emptyset \qquad B = \{i\sqrt{3}, -i\sqrt{3}\}$$

$$k(A) = 0 \qquad k(B) = 2$$

$$C_1 = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 \leqslant 0\} \qquad C_2 = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 < 0\}$$

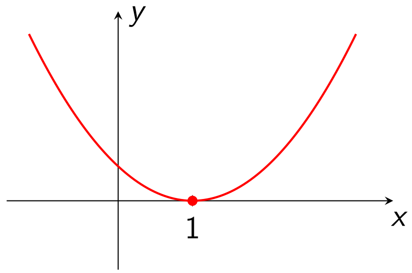
$$C_3 = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 \geqslant 0\} \qquad C_4 = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 > 0\}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = x_2 = 1$$



$$C_1 = \{1\}, \quad C_2 = \emptyset, \quad C_3 = \mathbb{R}, \quad C_4 = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

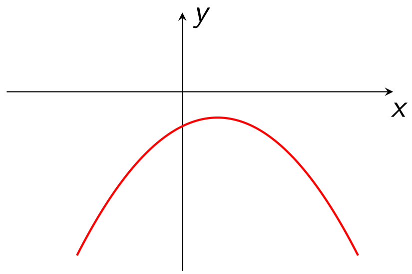
$$D_1 = \{x \in \mathbb{R} : -x^2 + x - 1 \leqslant 0\} \qquad D_2 = \{x \in \mathbb{Z} : -x^2 + x - 1 < 0\}$$

$$D_3 = \{x \in \mathbb{R} : -x^2 + x - 1 \geqslant 0\} \qquad D_4 = \{x \in \mathbb{R} : -x^2 + x - 1 > 0\}$$

$$-x^2 + x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{-2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{-2}$$



$$D_1 = \mathbb{R}, \quad D_2 = \mathbb{Z}, \quad D_3 = \emptyset, \quad D_4 = \emptyset$$