# Neke primjene derivacija realnih funkcija realne varijable

Matematika za ekonomiste 1

Damir Horvat

FOI, Varaždin

# Sadržaj

# prvi zadatak

## Zadatak 1

*Zadana je funkcija prihoda*

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

*u ovisnosti o broju proizvoda* $x$.

a) *Odredite sve količine proizvodnje za koje je prihod jednak* $0$.

b) *Odredite količinu proizvodnje za koju se postiže maksimalni prihod.*

c) *Odredite intervale monotonosti funkcije* $P$ *na* $[0, +\infty\rangle$.

d) *Odredite količinu proizvodnje nakon koje prihod postaje negativan.*

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

## Rješenje

a) Treba pronaći nultočke funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

## Rješenje

a) Treba pronaći nultočke funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$200 - \frac{1600}{x+8} - x = 0$$

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

## Rješenje

a) Treba pronaći nultočke funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$200 - \frac{1600}{x+8} - x = 0 \Big/ \cdot (x+8)$$

$$200(x+8) - 1600 - x(x+8) = 0$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

## Rješenje

a) Treba pronaći nultočke funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$200 - \frac{1600}{x+8} - x = 0 \Big/ \cdot (x+8)$$

$$200(x+8) - 1600 - x(x+8) = 0$$

$$200x + 1600 - 1600 - x^2 - 8x = 0$$

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

## Rješenje

a) Treba pronaći nultočke funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$200 - \frac{1600}{x+8} - x = 0 \Big/ \cdot (x+8)$$

$$200(x+8) - 1600 - x(x+8) = 0$$

$$200x + 1600 - 1600 - x^2 - 8x = 0$$

$$-x^2 + 192x = 0$$

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

## Rješenje

a) Treba pronaći nultočke funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$200 - \frac{1600}{x+8} - x = 0 \Big/ \cdot (x+8)$$

$$200(x+8) - 1600 - x(x+8) = 0$$

$$200x + 1600 - 1600 - x^2 - 8x = 0$$

$$-x^2 + 192x = 0$$

$$x \cdot (-x + 192) = 0$$

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

## Rješenje

a) Treba pronaći nultočke funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$200 - \frac{1600}{x+8} - x = 0 \Big/ \cdot (x+8)$$

$$200(x+8) - 1600 - x(x+8) = 0$$

$$200x + 1600 - 1600 - x^2 - 8x = 0$$

$$-x^2 + 192x = 0$$

$$x \cdot (-x + 192) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 192$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$P'(x) =$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$P'(x) = 0$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$P'(x) = 0 - 1600 \cdot$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$P'(x) = 0 - 1600 \cdot (-1) \cdot (x+8)^{-2}$$

$$\boxed{\big((\text{nešto})^n\big)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$P'(x) = 0 - 1600 \cdot (-1) \cdot (x+8)^{-2} \cdot (x+8)'$$

$$\boxed{\big((\text{nešto})^n\big)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$P'(x) = 0 - 1600 \cdot (-1) \cdot (x+8)^{-2} \cdot (x+8)' - 1$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \quad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$P'(x) = 0 - 1600 \cdot (-1) \cdot (x+8)^{-2} \cdot (x+8)' - 1$$

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} \cdot 1 - 1$$

$$\boxed{\big((\text{nešto})^n\big)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

b) Treba pronaći globalne ekstreme funkcije $P$ na segmentu $[0, +\infty\rangle$.

$$P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x$$

$$P(x) = 200 - 1600(x+8)^{-1} - x$$

$$P'(x) = 0 - 1600 \cdot (-1) \cdot (x+8)^{-2} \cdot (x+8)' - 1$$

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} \cdot 1 - 1$$

$$P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1$$

$$\boxed{\big((\text{nešto})^n\big)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0 \Big/ \cdot (x+8)^2$$

$$1600 - (x+8)^2 = 0$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0 \Big/ \cdot (x+8)^2$$

$$1600 - (x+8)^2 = 0$$

$$1600 - x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0 \Big/ \cdot (x+8)^2$$

$$1600 - (x+8)^2 = 0$$

$$1600 - x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$-x^2 - 16x + 1536 = 0$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0 \Big/ \cdot (x+8)^2$$

$$1600 - (x+8)^2 = 0$$

$$1600 - x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$-x^2 - 16x + 1536 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1536}}{2 \cdot (-1)}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0 \Big/ \cdot (x+8)^2$$

$$1600 - (x+8)^2 = 0$$

$$1600 - x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$-x^2 - 16x + 1536 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1536}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm 80}{-2}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0 \Big/ \cdot (x+8)^2$$

$$1600 - (x+8)^2 = 0$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$1600 - x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$-x^2 - 16x + 1536 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1536}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm 80}{-2}$$

$$x_1 = -48, \quad x_2 = 32$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0 \Big/ \cdot (x+8)^2$$

$$1600 - (x+8)^2 = 0$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$1600 - x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$-x^2 - 16x + 1536 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1536}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm 80}{-2}$$

$$\boxed{x \in [0, +\infty\rangle}$$

$$\cancel{x_1 = -48}, \quad x_2 = 32$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

$$\frac{1600}{(x+8)^2} - 1 = 0 \Big/ \cdot (x+8)^2$$

$$1600 - (x+8)^2 = 0$$

$$1600 - x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} &ax^2 + bx + c = 0 \\ &x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}}$$

$$-x^2 - 16x + 1536 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1536}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm 80}{-2}$$

$$\boxed{x \in [0, +\infty\rangle}$$

$$\cancel{x_1 = -48}, \quad \boxed{x_2 = 32}$$

stacionarna točka

na $[0, +\infty\rangle$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) =$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot$$

$$\boxed{\big((\text{nešto})^n\big)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3}$$

$$\boxed{\big((\text{nešto})^n\big)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)'$$

$$\boxed{\big((\text{nešto})^n\big)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'}$$

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3}$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$P''(x) = \frac{-3200}{(x+8)^3}$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$P''(x) = \frac{-3200}{(x+8)^3} \qquad P''(32) = \frac{-3200}{(32+8)^3}$$

$$\boxed{\big((\text{nešto})^n\big)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$P''(x) = \frac{-3200}{(x+8)^3} \qquad P''(32) = \frac{-3200}{(32+8)^3} = \frac{-1}{20}$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$P''(x) = \frac{-3200}{(x+8)^3} \qquad P''(32) = \frac{-3200}{(32+8)^3} = \frac{-1}{20} < 0$$

lokalni maksimum

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1}$$

$$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$P''(x) = \frac{-3200}{(x+8)^3} \qquad P''(32) = \frac{-3200}{(32+8)^3} = \frac{-1}{20} < 0$$

lokalni maksimum

$$P(32) = 200 - \frac{1600}{32+8} - 32$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'}$$

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1}$$ $$\boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$P''(x) = \frac{-3200}{(x+8)^3} \qquad P''(32) = \frac{-3200}{(32+8)^3} = \frac{-1}{20} < 0$$

lokalni maksimum

$$P(32) = 200 - \frac{1600}{32+8} - 32 = 128$$

$$\boxed{\left((\text{nešto})^n\right)' = n(\text{nešto})^{n-1} \cdot (\text{nešto})'} \qquad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$P''(x) = \frac{-3200}{(x+8)^3} \qquad P''(32) = \frac{-3200}{(32+8)^3} = \frac{-1}{20} < 0$$

$$P(32) = 200 - \frac{1600}{32+8} - 32 = 128$$

lokalni maksimum

- Kako je $P''(32) < 0$, maksimalni (lokalni) prihod se postiže za 32 proizvoda i iznosi 128 novčanih jedinica.

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću druge derivacije

$$P'(x) = 1600(x+8)^{-2} - 1$$

$$P''(x) = 1600 \cdot (-2) \cdot (x+8)^{-3} \cdot (x+8)' - 0$$

$$P''(x) = -3200(x+8)^{-3} \cdot 1$$

$$P''(x) = \frac{-3200}{(x+8)^3} \qquad P''(32) = \frac{-3200}{(32+8)^3} = \frac{-1}{20} < 0$$

$$P(32) = 200 - \frac{1600}{32+8} - 32 = 128$$

lokalni maksimum

- Kako je $P''(32) < 0$, maksimalni (lokalni) prihod se postiže za 32 proizvoda i iznosi 128 novčanih jedinica.
- Iz ovog računa općenito ne možemo zaključiti je li taj maksimum ujedno i globalni na $[0, +\infty\rangle$.

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

| | 0 | 32 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P'$ | | | |
| $P$ | | | |

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

| | 0 | | 32 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | | |
| $P$ | | | | | |

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

|  | 0 |  | 32 |  | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ |  | $+$ |  | $-$ |  |
| $P$ |  |  |  |  |  |

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & 0 \qquad & 32 \qquad \quad +\infty \\
P' & + & - \\
\hline
P & \nearrow & \\
\end{array}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

$$\begin{array}{c|c|c|c}
 & 0 & 32 & +\infty \\
\hline
P' & + & - & \\
\hline
P & \nearrow & \searrow &
\end{array}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & 0 \quad & \quad 32 \quad & \quad +\infty \\
\hline
P' & + & - \\
\hline
P & \nearrow & \searrow
\end{array}$$

$$P(32) = 200 - \frac{1600}{32+8} - 32$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

|  | 0 |  | 32 |  | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ |  | $+$ |  | $-$ |  |
| $P$ |  | $\nearrow$ |  | $\searrow$ |  |

$$P(32) = 200 - \frac{1600}{32+8} - 32 = 128$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & 0 \quad & 32 \quad & +\infty \\
P' & + & - & \\ \hline
P & \nearrow & \searrow &
\end{array}$$

$$P(32) = 200 - \frac{1600}{32+8} - 32 = 128$$

- Na $[0, +\infty\rangle$ postiže se globalni maksimalni prihod za 32 proizvoda i on iznosi 128 novčanih jedinica.

$$\boxed{P'(x) = \frac{1600}{(x+8)^2} - 1} \qquad \boxed{P(x) = 200 - \frac{1600}{x+8} - x}$$

- Ispitivanje karaktera stacionarne točke pomoću prve derivacije

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & 0 \qquad & 32 \qquad & +\infty \\
\hline
P' & + & - & \\
\hline
P & \nearrow & \searrow &
\end{array}$$

$$P(32) = 200 - \frac{1600}{32+8} - 32 = 128$$

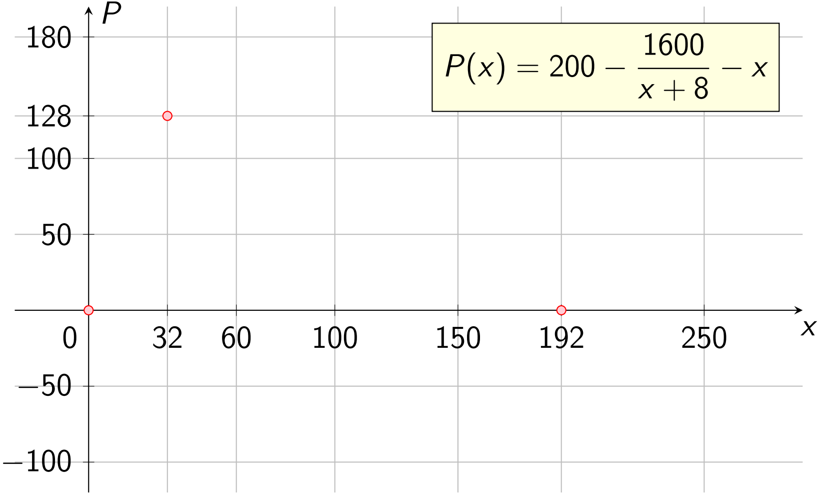
- Na $[0, +\infty\rangle$ postiže se globalni maksimalni prihod za 32 proizvoda i on iznosi 128 novčanih jedinica.

c) Funkcija prihoda raste na intervalu $\langle 0, 32\rangle$.

Funkcija prihoda pada na intervalu $\langle 32, +\infty\rangle$.

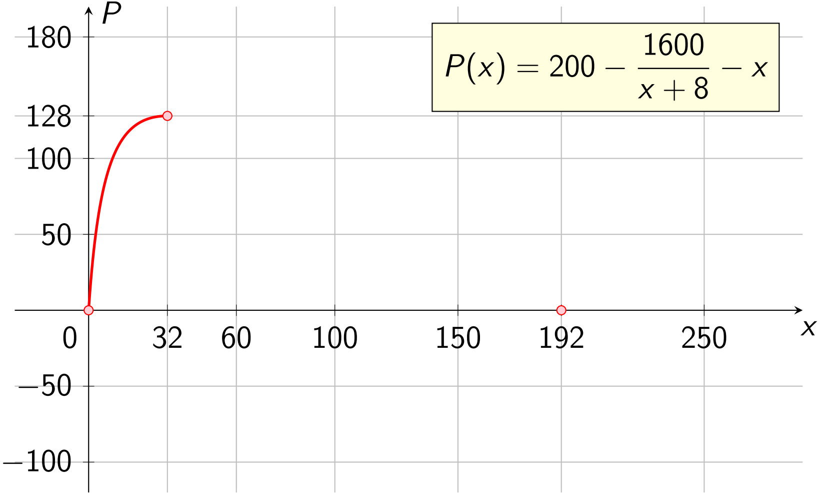
d)

| $x$ | $0$ | | $32$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |



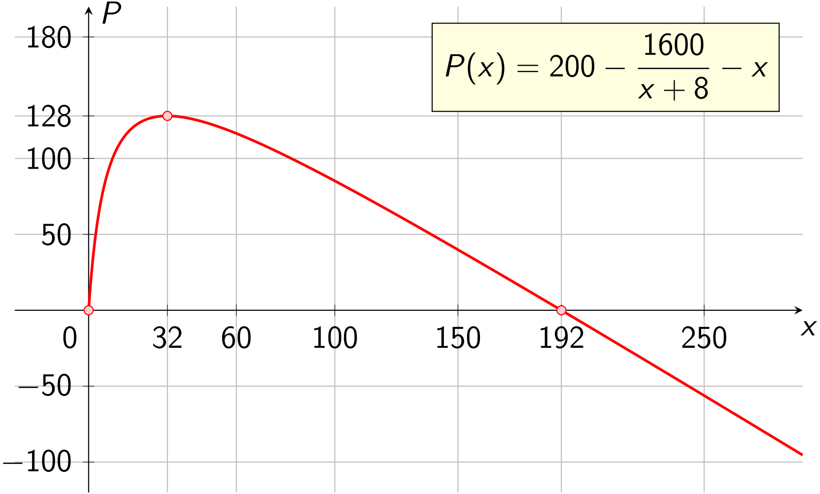
d)

| | $0$ | | $32$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |



d)

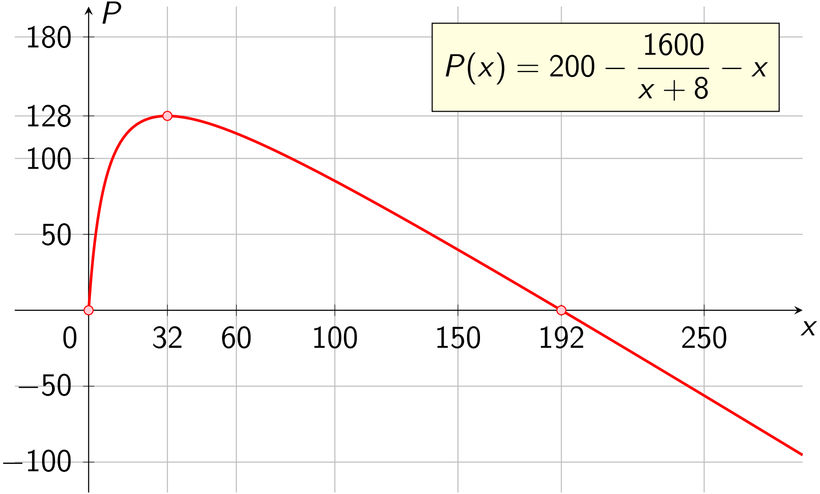
| $x$ | $0$ | | $32$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |



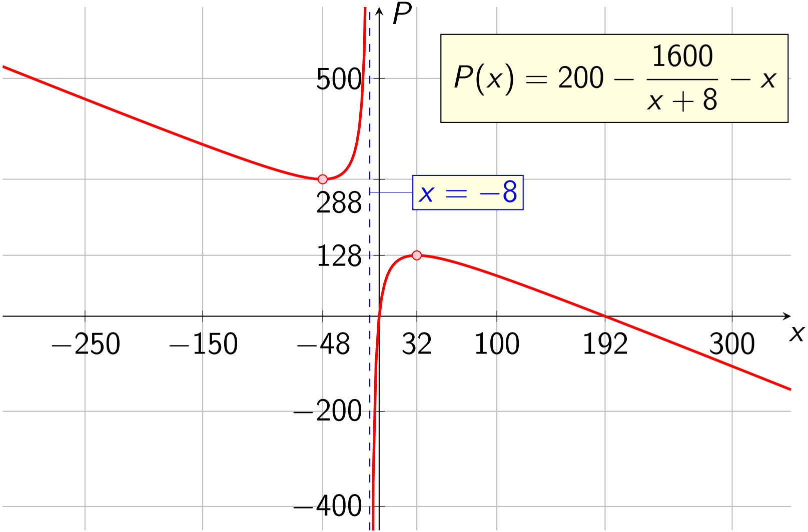
d)

| | $0$ | | $32$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |

Kako prihod pada na $\langle 32, +\infty\rangle$ i jednak je nula za $x = 192$, zaključujemo da je prihod negativan ukoliko je broj proizvoda veći od 192.



# Graf funkcije $P$ na prirodnoj domeni



# drugi zadatak

## Zadatak 2

*Neka je $p$ cijena jednog proizvoda, a količina $q$ prodanih proizvoda ovisi o cijeni $p$ i dana je funkcijom $q(p) = 1200 - 4p$.*

a) *Odredite funkciju prihoda u ovisnosti o cijeni.*
b) *Odredite funkciju prihoda u ovisnosti o količini prodanih proizvoda.*
c) *Odredite za koju cijenu se ostvaruje maksimalni prihod.*
d) *Koliko iznosi maksimalni prihod i koliko se proizvoda proda u tom slučaju?*
e) *U kojim granicama cijene i količine je prihod pozitivan?*

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} \;=\; \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) =$$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) = p \cdot (1200 - 4p)$$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) = p \cdot (1200 - 4p) = -4p^2 + 1200p$$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) = p \cdot (1200 - 4p) = -4p^2 + 1200p$$

b) Prihod kao funkcija količine proizvodnje: $P(q) = p(q) \cdot q$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) = p \cdot (1200 - 4p) = -4p^2 + 1200p$$

b) Prihod kao funkcija količine proizvodnje: $P(q) = p(q) \cdot q$

$$q = 1200 - 4p$$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) = p \cdot (1200 - 4p) = -4p^2 + 1200p$$

b) Prihod kao funkcija količine proizvodnje: $P(q) = p(q) \cdot q$

$$q = 1200 - 4p$$
$$4p = 1200 - q$$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) = p \cdot (1200 - 4p) = -4p^2 + 1200p$$

b) Prihod kao funkcija količine proizvodnje: $P(q) = p(q) \cdot q$

$$\begin{aligned} q &= 1200 - 4p \\ 4p &= 1200 - q \,\Big/ : 4 \\ p &= 300 - \frac{1}{4}q \end{aligned}$$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) = p \cdot (1200 - 4p) = -4p^2 + 1200p$$

b) Prihod kao funkcija količine proizvodnje: $P(q) = p(q) \cdot q$

$$\begin{aligned} q &= 1200 - 4p \\ 4p &= 1200 - q \,\Big/ : 4 \\ p &= 300 - \frac{1}{4}q \end{aligned}$$

$$P(q) = \left(300 - \frac{1}{4}q\right) \cdot q$$

## Rješenje

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot q$$

a) Prihod kao funkcija cijene: $P(p) = p \cdot q(p)$

$$P(p) = p \cdot (1200 - 4p) = -4p^2 + 1200p$$

b) Prihod kao funkcija količine proizvodnje: $P(q) = p(q) \cdot q$

$$\begin{aligned} q &= 1200 - 4p \\ 4p &= 1200 - q \,\Big/ : 4 \\ p &= 300 - \frac{1}{4}q \end{aligned}$$

$$P(q) = \left(300 - \frac{1}{4}q\right) \cdot q = -\frac{1}{4}q^2 + 300q$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$P'(p) =$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$P'(p) = -8p + 1200$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$P'(p) = -8p + 1200$$

$$-8p + 1200 = 0$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) &= -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \end{aligned}$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) &= -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \ \big/ : (-8) \end{aligned}$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) &= -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \ \big/ : (-8) \\ p &= 150 \end{aligned}$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$
\begin{aligned}
P'(p) &= -8p + 1200 \\
-8p + 1200 &= 0 \\
-8p &= -1200 \;/ : (-8) \\
p &= 150
\end{aligned}
$$

$$P''(p) = -8, \qquad P''(150) = -8 < 0$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) &= -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \ /: (-8) \\ p &= 150 \end{aligned}$$

$$P''(p) = -8, \qquad P''(150) = -8 < 0$$

Maksimalni prihod se postiže po cijeni od 150 novčanih jedinica.

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) &= -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \; / : (-8) \\ p &= 150 \end{aligned}$$

$$P''(p) = -8, \qquad P''(150) = -8 < 0$$

Maksimalni prihod se postiže po cijeni od 150 novčanih jedinica.

d) Maksimalni prihod iznosi

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) &= -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \;/:(-8) \\ p &= 150 \end{aligned}$$

$$P''(p) = -8, \qquad P''(150) = -8 < 0$$

Maksimalni prihod se postiže po cijeni od 150 novčanih jedinica.

d) Maksimalni prihod iznosi

$$P(150) = -4 \cdot 150^2 + 1200 \cdot 150$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) &= -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \;/: (-8) \\ p &= 150 \end{aligned}$$

$$P''(p) = -8, \qquad P''(150) = -8 < 0$$

Maksimalni prihod se postiže po cijeni od 150 novčanih jedinica.

d) Maksimalni prihod iznosi 90 000 novčanih jedinica

$$P(150) = -4 \cdot 150^2 + 1200 \cdot 150 = 90\,000$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) &= -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \ /:(-8) \\ p &= 150 \end{aligned}$$

$$P''(p) = -8, \qquad P''(150) = -8 < 0$$

Maksimalni prihod se postiže po cijeni od 150 novčanih jedinica.

d) Maksimalni prihod iznosi 90 000 novčanih jedinica i pritom se proda ukupno

$$P(150) = -4 \cdot 150^2 + 1200 \cdot 150 = 90\,000$$

$$\boxed{q(p) = 1200 - 4p}$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) = & -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \ /:(-8) \\ p &= 150 \end{aligned}$$

$$P''(p) = -8, \qquad P''(150) = -8 < 0$$

Maksimalni prihod se postiže po cijeni od 150 novčanih jedinica.

d) Maksimalni prihod iznosi 90 000 novčanih jedinica i pritom se proda ukupno

$$P(150) = -4 \cdot 150^2 + 1200 \cdot 150 = 90\,000$$
$$q(150) = 1200 - 4 \cdot 150$$

$$\boxed{q(p) = 1200 - 4p}$$

c) Treba pronaći ekstreme funkcije $P(p) = -4p^2 + 1200p$.

$$\begin{aligned} P'(p) = & -8p + 1200 \\ -8p + 1200 &= 0 \\ -8p &= -1200 \ /:(-8) \\ p &= 150 \end{aligned}$$

$$P''(p) = -8, \qquad P''(150) = -8 < 0$$

Maksimalni prihod se postiže po cijeni od 150 novčanih jedinica.

d) Maksimalni prihod iznosi 90 000 novčanih jedinica i pritom se proda ukupno 600 proizvoda.

$$P(150) = -4 \cdot 150^2 + 1200 \cdot 150 = 90\,000$$

$$q(150) = 1200 - 4 \cdot 150 = 600$$

e)

$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

e)

$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$
$$-4p^2 + 1200p = 0$$

e)

$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$
$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

e)

$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$
$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$-4p^2 + 1200p = 0 \,/ : (-4)$$
$$p^2 - 300p = 0$$

e)

$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$-4p^2 + 1200p = 0 \,/ : (-4)$$

$$p^2 - 300p = 0$$

$$p \cdot (p - 300) = 0$$

e)

$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$
$$-4p^2 + 1200p = 0$$

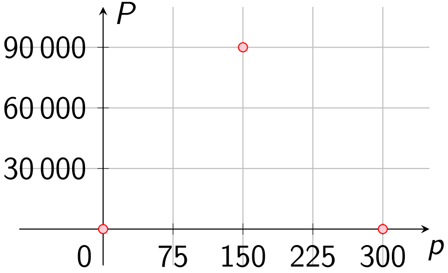
$$-4p^2 + 1200p = 0 \,/ : (-4)$$
$$p^2 - 300p = 0$$
$$p \cdot (p - 300) = 0$$
$$p = 0 \qquad p - 300 = 0$$

e)

$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$
$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$-4p^2 + 1200p = 0 \,/ : (-4)$$
$$p^2 - 300p = 0$$
$$p \cdot (p - 300) = 0$$
$$p = 0 \qquad p - 300 = 0$$
$$p_1 = 0,\ p_2 = 300$$

e)

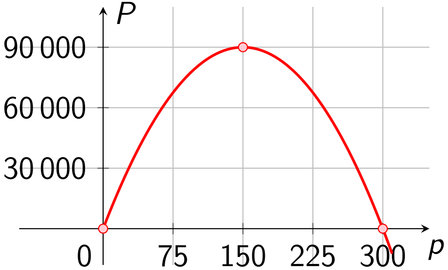



$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$p_1 = 0, \ \ p_2 = 300$$

e)

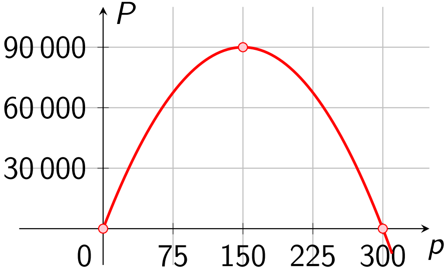



$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$p_1 = 0, \ \ p_2 = 300$$

e)



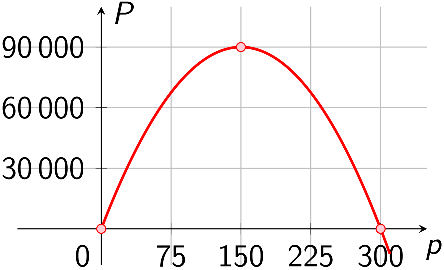

$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$p_1 = 0, \; p_2 = 300$$

Prihod je pozitivan za cijene $p \in \langle 0, 300 \rangle$.

e)




$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

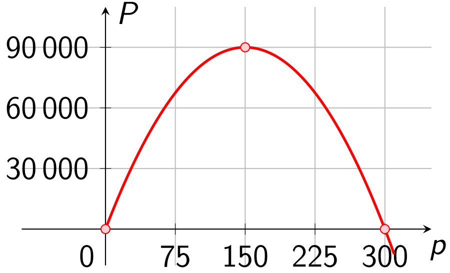
$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$p_1 = 0, \;\; p_2 = 300$$

Prihod je pozitivan za cijene $p \in \langle 0, 300 \rangle$.

$$P(q) = -\frac{1}{4}q^2 + 300q$$

e)




$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

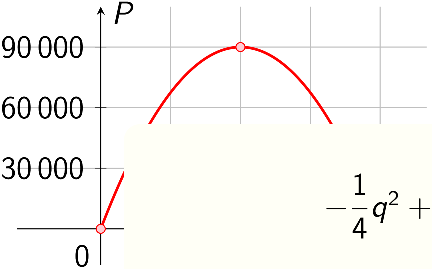
$$p_1 = 0, \;\; p_2 = 300$$

Prihod je pozitivan za cijene $p \in \langle 0, 300 \rangle$.

$$P(q) = -\frac{1}{4}q^2 + 300q$$

$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0$$

e)




$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

300

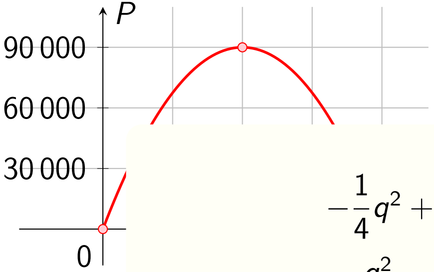
cijene

$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0$$

$300q$

$= 0$

e)




$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

300

cijene

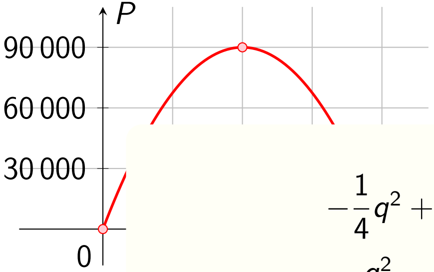
$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0 \,/\cdot(-4)$$

$$q^2 - 1200q = 0$$

300q

= 0

e)




$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

300

cijene

$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0 \; / \cdot (-4)$$

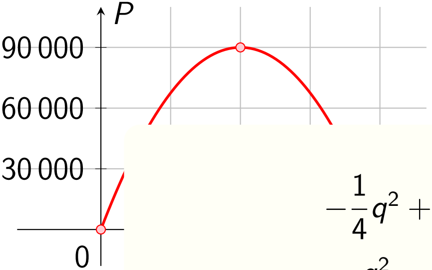
$$q^2 - 1200q = 0$$

$$q \cdot (q - 1200) = 0$$

$300q$

$= 0$

e)




$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$300$

cijene

$300q$

$= 0$

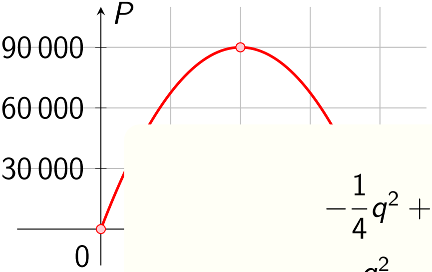
$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0 \,/\cdot(-4)$$

$$q^2 - 1200q = 0$$

$$q \cdot (q - 1200) = 0$$

$$q = 0 \qquad q - 1200 = 0$$

e)




$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

300

cijene

$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0 \,/\cdot(-4)$$

$$q^2 - 1200q = 0$$

$$q\cdot(q-1200) = 0$$

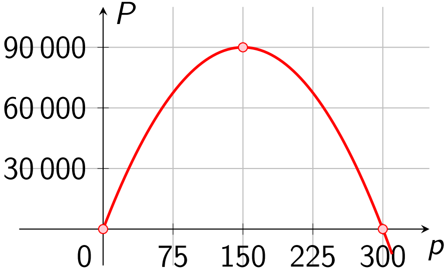
$$q = 0 \qquad q - 1200 = 0$$

$$q_1 = 0,\ \ q_2 = 1200$$

$300q$

$= 0$

e)

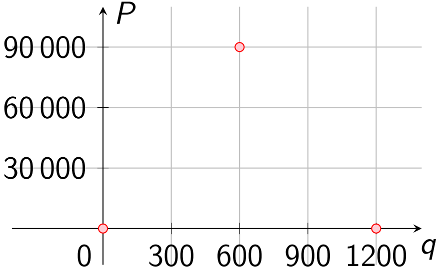



$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$p_1 = 0, \ \ p_2 = 300$$

Prihod je pozitivan za cijene $p \in \langle 0, 300 \rangle$.

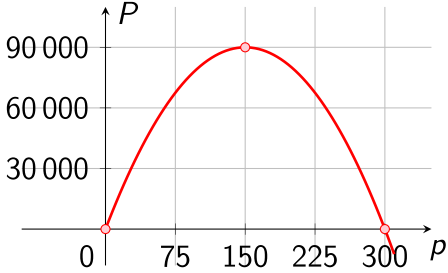



$$P(q) = -\frac{1}{4}q^2 + 300q$$

$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0$$

$$q_1 = 0, \ \ q_2 = 1200$$

e)

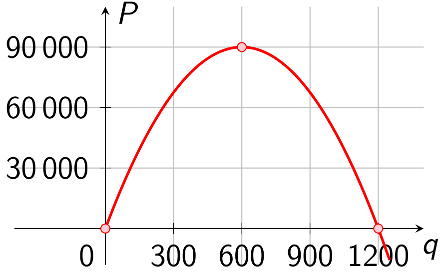



$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$p_1 = 0, \ \ p_2 = 300$$

Prihod je pozitivan za cijene $p \in \langle 0, 300 \rangle$.

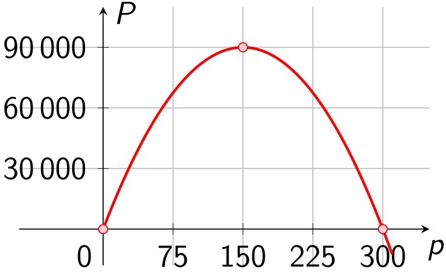



$$P(q) = -\frac{1}{4}q^2 + 300q$$

$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0$$

$$q_1 = 0, \ \ q_2 = 1200$$

e)

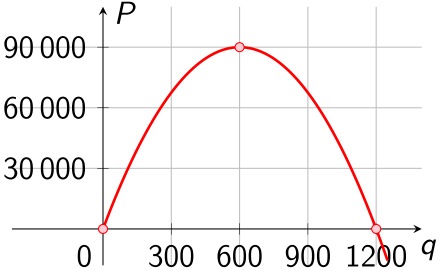



$$P(p) = -4p^2 + 1200p$$

$$-4p^2 + 1200p = 0$$

$$p_1 = 0, \; p_2 = 300$$

Prihod je pozitivan za cijene $p \in \langle 0, 300 \rangle$.




$$P(q) = -\frac{1}{4}q^2 + 300q$$

$$-\frac{1}{4}q^2 + 300q = 0$$

$$q_1 = 0, \; q_2 = 1200$$

Prihod je pozitivan za količine $q \in \langle 0, 1200 \rangle$.

# treći zadatak

## Zadatak 3

*Ovisnost cijene o potražnji dana je funkcijom*

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300, \quad 0 \leqslant x \leqslant 60.$$

a) *Nacrtajte graf funkcije $p$.*

b) *Izrazite prihod u ovisnosti o potražnji.*

c) *Uz koju potražnju se ostvaruje maksimalni prihod i koliko on iznosi?*

d) *Uz koju cijenu se postiže maksimalni prihod?*

e) *Skicirajte funkciju prihoda i odredite njegove točke infleksije.*

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$

## Rješenje

a) Za crtanje parabole odredimo nultočke i tjeme.

$$\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300 = 0$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$

## Rješenje

a) Za crtanje parabole odredimo nultočke i tjeme.

$$\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300 = 0 \;\Big/ \cdot 12$$

$$x^2 - 120x + 3600 = 0$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

## Rješenje

a) Za crtanje parabole odredimo nultočke i tjeme.

$$\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300 = 0 \;\Big/ \cdot 12$$

$$x^2 - 120x + 3600 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3600}}{2 \cdot 1}$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$

## Rješenje

a) Za crtanje parabole odredimo nultočke i tjeme.

$$\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300 = 0 \Big/ \cdot 12$$

$$x^2 - 120x + 3600 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3600}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{120 \pm 0}{2}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$

## Rješenje

a) Za crtanje parabole odredimo nultočke i tjeme.

$$\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300 = 0 \;\Big/ \cdot 12$$

$$x^2 - 120x + 3600 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3600}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{120 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = x_2 = 60$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$

## Rješenje

a) Za crtanje parabole odredimo nultočke i tjeme.

$$\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300 = 0 \Big/ \cdot 12$$

$$x^2 - 120x + 3600 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3600}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{120 \pm 0}{2}$$

dvostruka nultočka

$$\boxed{x_1 = x_2 = 60}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) =$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) = \frac{1}{6}x$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) = \frac{1}{6}x - 10$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) = \frac{1}{6}x - 10$$

$$\frac{1}{6}x - 10 = 0$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) = \frac{1}{6}x - 10$$

$$\frac{1}{6}x - 10 = 0 \Big/ \cdot 6$$

$$x - 60 = 0$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) = \frac{1}{6}x - 10$$

$$\frac{1}{6}x - 10 = 0 \Big/ \cdot 6$$

$$x - 60 = 0$$

$$x = 60$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) = \frac{1}{6}x - 10$$

$$\frac{1}{6}x - 10 = 0 \ \Big/ \cdot 6$$

$$x - 60 = 0$$

$$x = 60$$

$$p(60) =$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) = \frac{1}{6}x - 10$$

$$\frac{1}{6}x - 10 = 0 \Big/ \cdot 6$$

$$x - 60 = 0$$

$$x = 60$$

$$p(60) = \frac{1}{12} \cdot 60^2 - 10 \cdot 60 + 300$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole

$$p'(x) = \frac{1}{6}x - 10$$

$$\frac{1}{6}x - 10 = 0 \Big/ \cdot 6$$

$$x - 60 = 0$$

$$x = 60$$

$$p(60) = \frac{1}{12} \cdot 60^2 - 10 \cdot 60 + 300$$

$$p(60) = 0$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300}$$

- Tjeme parabole: $T(60, 0)$

$$p'(x) = \frac{1}{6}x - 10$$

$$\frac{1}{6}x - 10 = 0 \Big/ \cdot 6$$

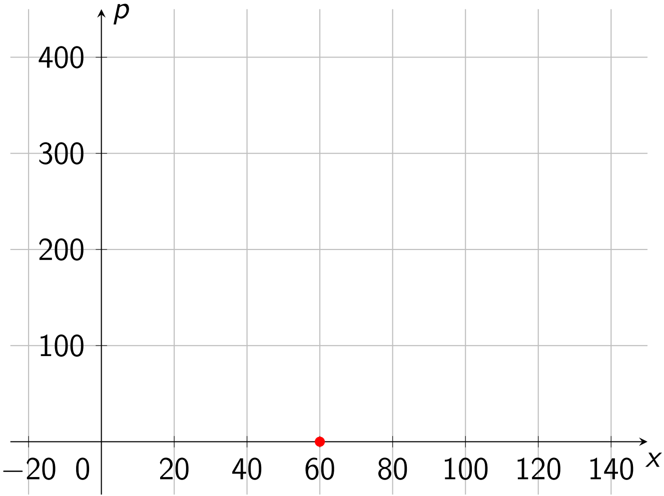
$$x - 60 = 0$$

$$x = 60$$

$$p(60) = \frac{1}{12} \cdot 60^2 - 10 \cdot 60 + 300$$

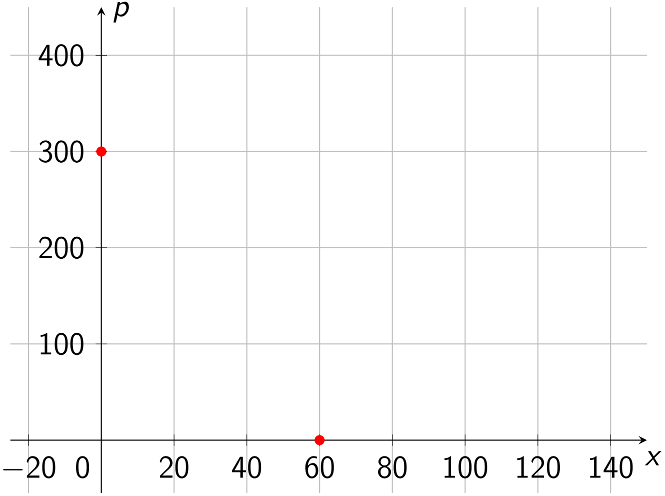
$$p(60) = 0$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$




$T(60, 0)$

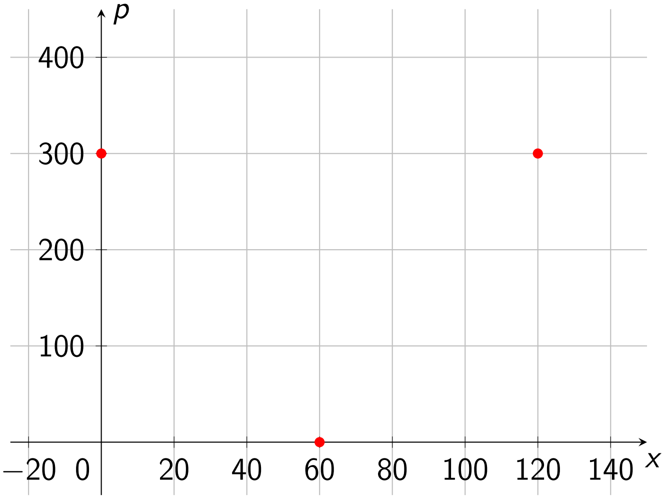
$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$




$$T(60, 0)$$

$$p(0) = 300$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$

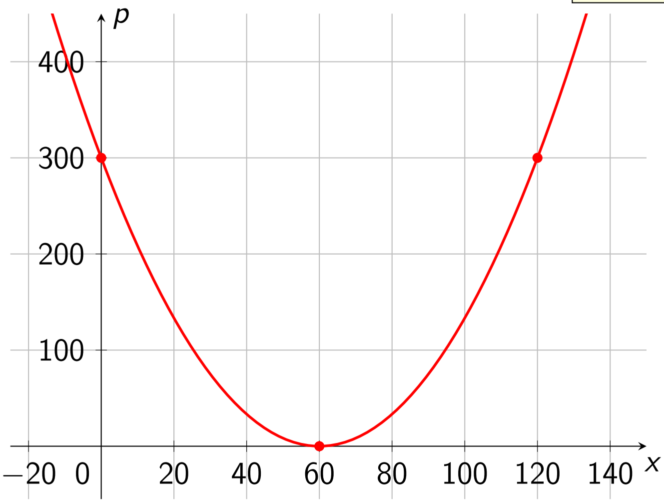



$T(60, 0)$

$p(0) = 300$

$p(120) = 300$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$

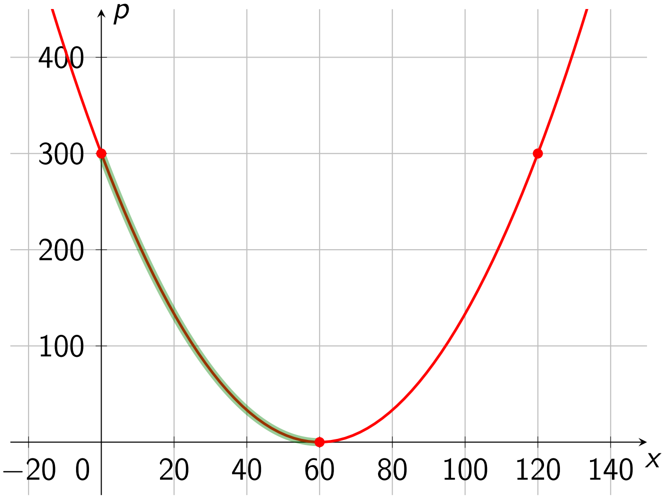



$$T(60, 0)$$

$$p(0) = 300$$

$$p(120) = 300$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$




$T(60, 0)$

$p(0) = 300$

$p(120) = 300$

- Funkcija potražnje $x(p)$ je u pravilu padajuća funkcija pa je i funkcija $p(x)$ u pravilu padajuća. Zato gledamo $x \in [0, 60]$.

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot x$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot x$$

b) Prihod kao funkcija potražnje: $P(x) = p(x) \cdot x$

$$P(x) =$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot x$$

b) Prihod kao funkcija potražnje: $P(x) = p(x) \cdot x$

$$P(x) = \left(\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300\right) \cdot x$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot x$$

b) Prihod kao funkcija potražnje: $P(x) = p(x) \cdot x$

$$P(x) = \left(\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300\right) \cdot x$$

$$P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot x$$

b) Prihod kao funkcija potražnje: $P(x) = p(x) \cdot x$

$$P(x) = \left(\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300\right) \cdot x$$

$$P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

Nultočke funkcije prihoda:

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}, \qquad P = p \cdot x$$

b) Prihod kao funkcija potražnje: $P(x) = p(x) \cdot x$

$$P(x) = \left(\frac{1}{12}x^2 - 10x + 300\right) \cdot x$$

$$P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

Nultočke funkcije prihoda: $x_1 = x_2 = 60,\ x_3 = 0$

$$\boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) =$$

$$\boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2$$

$$\boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x$$

$$\boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300$$

$$\boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300$$

Tražimo nultočke prve derivacije.

$$\frac{1}{4}x^2 - 20x + 300 = 0$$

$$\boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300$$

Tražimo nultočke prve derivacije.

$$\frac{1}{4}x^2 - 20x + 300 = 0 \Big/ \cdot 4$$

$$x^2 - 80x + 1200 = 0$$

$$\boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300$$

Tražimo nultočke prve derivacije.

$$\frac{1}{4}x^2 - 20x + 300 = 0 \Big/ \cdot 4$$

$$x^2 - 80x + 1200 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-80) \pm \sqrt{(-80)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1200}}{2 \cdot 1}$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300$$

Tražimo nultočke prve derivacije.

$$\frac{1}{4}x^2 - 20x + 300 = 0 \Big/ \cdot 4$$

$$x^2 - 80x + 1200 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-80) \pm \sqrt{(-80)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1200}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{80 \pm 40}{2}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300$$

Tražimo nultočke prve derivacije.

$$\frac{1}{4}x^2 - 20x + 300 = 0 \Big/ \cdot 4$$

$$x^2 - 80x + 1200 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-80) \pm \sqrt{(-80)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1200}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{80 \pm 40}{2}$$

$$x_1 = 60, \quad x_2 = 20$$

$$\boxed{\begin{array}{c} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{array}}$$

$$P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

c) Derivacija funkcije prihoda

$$P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300$$

Tražimo nultočke prve derivacije.

$$\frac{1}{4}x^2 - 20x + 300 = 0 \Big/ \cdot 4$$

$$x^2 - 80x + 1200 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-80) \pm \sqrt{(-80)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1200}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{80 \pm 40}{2}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\boxed{x_1 = 60, \quad x_2 = 20}$$

stacionarne točke

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) =$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) =$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) =$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) = \frac{1}{2} \cdot 20 - 20 = -10$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) = \frac{1}{2} \cdot 20 - 20 = -10 < 0 \quad \boxed{\text{lokalni maksimum}}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) = \frac{1}{2} \cdot 20 - 20 = -10 < 0 \quad \boxed{\text{lokalni maksimum}}$$

$$P(60) =$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) = \frac{1}{2} \cdot 20 - 20 = -10 < 0 \quad \boxed{\text{lokalni maksimum}}$$

$$P(60) = \frac{1}{12} \cdot 60^3 - 10 \cdot 60^2 + 300 \cdot 60 = 0$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) = \frac{1}{2} \cdot 20 - 20 = -10 < 0 \quad \boxed{\text{lokalni maksimum}}$$

$$P(60) = \frac{1}{12} \cdot 60^3 - 10 \cdot 60^2 + 300 \cdot 60 = 0$$

$$P(20) =$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) = \frac{1}{2} \cdot 20 - 20 = -10 < 0 \quad \boxed{\text{lokalni maksimum}}$$

$$P(60) = \frac{1}{12} \cdot 60^3 - 10 \cdot 60^2 + 300 \cdot 60 = 0$$

$$P(20) = \frac{1}{12} \cdot 20^3 - 10 \cdot 20^2 + 300 \cdot 20 = \frac{8000}{3}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) = \frac{1}{2} \cdot 20 - 20 = -10 < 0 \quad \boxed{\text{lokalni maksimum}}$$

$$P(60) = \frac{1}{12} \cdot 60^3 - 10 \cdot 60^2 + 300 \cdot 60 = 0$$

$$P(20) = \frac{1}{12} \cdot 20^3 - 10 \cdot 20^2 + 300 \cdot 20 = \frac{8000}{3} \approx 2666.67$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

- Druga derivacija funkcije prihoda

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P''(60) = \frac{1}{2} \cdot 60 - 20 = 10 > 0 \quad \boxed{\text{lokalni minimum}}$$

$$P''(20) = \frac{1}{2} \cdot 20 - 20 = -10 < 0 \quad \boxed{\text{lokalni maksimum}}$$

$$P(60) = \frac{1}{12} \cdot 60^3 - 10 \cdot 60^2 + 300 \cdot 60 = 0$$

$$P(20) = \frac{1}{12} \cdot 20^3 - 10 \cdot 20^2 + 300 \cdot 20 = \frac{8000}{3} \approx 2666.67$$

- Maksimalni (lokalni) prihod se postiže za količinu od 20 proizvoda i iznosi 2666.67 novčanih jedinica.

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300 \qquad P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

d) Maksimalni (lokalni) prihod se postiže za količinu od $x = 20$ proizvoda i iznosi 2666.67 novčanih jedinica.

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

d) Maksimalni (lokalni) prihod se postiže za količinu od $x = 20$ proizvoda i iznosi 2666.67 novčanih jedinica.

$$p(20) =$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

d) Maksimalni (lokalni) prihod se postiže za količinu od $x = 20$ proizvoda i iznosi 2666.67 novčanih jedinica.

$$p(20) = \frac{1}{12} \cdot 20^2 - 10 \cdot 20 + 300$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$

$$P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

d) Maksimalni (lokalni) prihod se postiže za količinu od $x = 20$ proizvoda i iznosi 2666.67 novčanih jedinica.

$$p(20) = \frac{1}{12} \cdot 20^2 - 10 \cdot 20 + 300$$

$$p(20) = \frac{400}{3}$$

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

d) Maksimalni (lokalni) prihod se postiže za količinu od $x = 20$ proizvoda i iznosi 2666.67 novčanih jedinica.

$$p(20) = \frac{1}{12} \cdot 20^2 - 10 \cdot 20 + 300$$

$$p(20) = \frac{400}{3}$$

$$p(20) \approx 133.33$$

$$p(x) = \frac{1}{12}x^2 - 10x + 300$$ $$P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

d) Maksimalni (lokalni) prihod se postiže za količinu od $x = 20$ proizvoda i iznosi 2666.67 novčanih jedinica.

$$p(20) = \frac{1}{12} \cdot 20^2 - 10 \cdot 20 + 300$$

$$p(20) = \frac{400}{3}$$

$$p(20) \approx 133.33$$

Maksimalni prihod se postiže za cijenu proizvoda od 133.33 novčane jedinice.

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

| | $-\infty$ | | $20$ | | $60$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | | | | | | |
| $P$ | | | | | | | |

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

| | $-\infty$ | | 20 | | 60 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | | | | |
| $P$ | | | | | | | |

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

$$\begin{array}{c|c|c|c|}
 & -\infty \qquad 20 & \qquad 60 & \qquad +\infty \\
P' & + & - & \\
\hline
P & & & \\
\end{array}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

| | $-\infty$ | | $20$ | | $60$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | | | | | | |

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

$$\begin{array}{c|c|c|c|}
 & -\infty \qquad 20 & \qquad 60 & \qquad +\infty \\
P' & + & - & + \\
\hline
P & \nearrow & & \\
\end{array}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

$$\begin{array}{c|c|c|c|}
 & -\infty \quad\quad 20 & 20 \quad\quad 60 & 60 \quad\quad +\infty \\
P' & + & - & + \\
\hline
P & \nearrow & \searrow & 
\end{array}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

$$\begin{array}{c|c|c|c|}
 & -\infty \quad\quad 20 & \quad\quad 60 & \quad\quad +\infty \\
P' & + & - & + \\
\hline
P & \nearrow & \searrow & \nearrow
\end{array}$$

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

| | $-\infty$ | | $20$ | | $60$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

- Funkcija $P$ pada na intervalu $\langle 20, 60\rangle$.

$$\boxed{P'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 20x + 300} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

e) Za crtanje grafa svakako treba odrediti intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije $P$.

$$\begin{array}{c|c|c|c|}
 & -\infty \qquad 20 & \qquad 60 & \qquad +\infty \\
P' & + & - & + \\
\hline
P & \nearrow & \searrow & \nearrow
\end{array}$$

- Funkcija $P$ pada na intervalu $\langle 20, 60 \rangle$.
- Funkcija $P$ raste na intervalima $\langle -\infty, 20 \rangle$ i $\langle 60, +\infty \rangle$.

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0$$

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \,\Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$x = 40$$

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \ \Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$x = 40$$

| | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | | | | |
| $P$ | | | | | |

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$x = 40$$

| | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | | |
| $P$ | | | | | |

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$x = 40$$

| | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | | | | |

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \qquad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \;\Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$x = 40$$

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & -\infty \quad\quad 40 & \quad\quad +\infty \\
P'' & - & + \\
\hline
P & \frown & \\
\end{array}$$

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \quad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$x = 40$$

| | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20 \qquad P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \;\Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$\boxed{x = 40}$$

točka infleksije

| | $-\infty$ | 40 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P''$ | $-$ | $+$ | |
| $P$ | $\frown$ | $\smile$ | |

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20$$

$$P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \;\Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$\boxed{x = 40}$$

točka infleksije

| | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\cap$ | | $\cup$ | |

- $P(40) =$

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20 \qquad P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \;\Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$\boxed{x = 40}$$

točka infleksije

| | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

- $P(40) = \dfrac{4000}{3} \approx 1333.33$

$$P''(x) = \frac{1}{2}x - 20 \qquad P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \;\Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$\boxed{x = 40}$$

točka infleksije

| | $-\infty$ | 40 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P''$ | $-$ | $+$ | |
| $P$ | $\frown$ | $\smile$ | |

- $P(40) = \dfrac{4000}{3} \approx 1333.33$
- Funkcija $P$ je konveksna na intervalu $\langle 40, +\infty\rangle$.

$$\boxed{P''(x) = \frac{1}{2}x - 20} \qquad \boxed{P(x) = \frac{1}{12}x^3 - 10x^2 + 300x}$$

Za preciznije nacrtani graf možemo još odrediti intervale konveksnosti i konkavnosti.

$$\frac{1}{2}x - 20 = 0 \;\Big/ \cdot 2$$

$$x - 40 = 0$$

$$\boxed{x = 40}$$

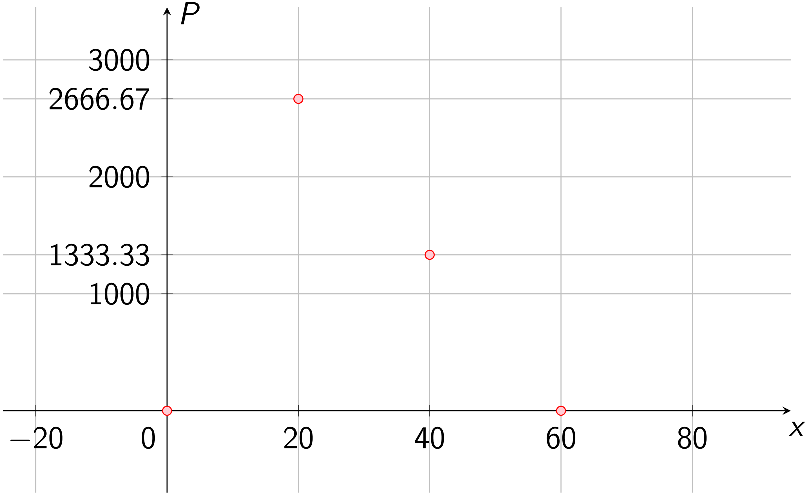
točka infleksije

| | $-\infty$ | | 40 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

- $P(40) = \dfrac{4000}{3} \approx 1333.33$
- Funkcija $P$ je konveksna na intervalu $\langle 40, +\infty \rangle$.
- Funkcija $P$ je konkavna na intervalu $\langle -\infty, 40 \rangle$.

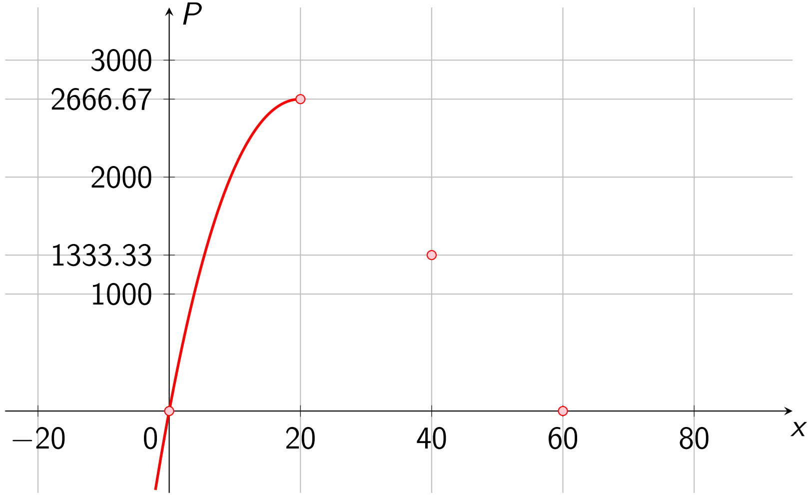
| $x$ | $-\infty$ | | 40 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

| $x$ | $-\infty$ | | 20 | | 60 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |



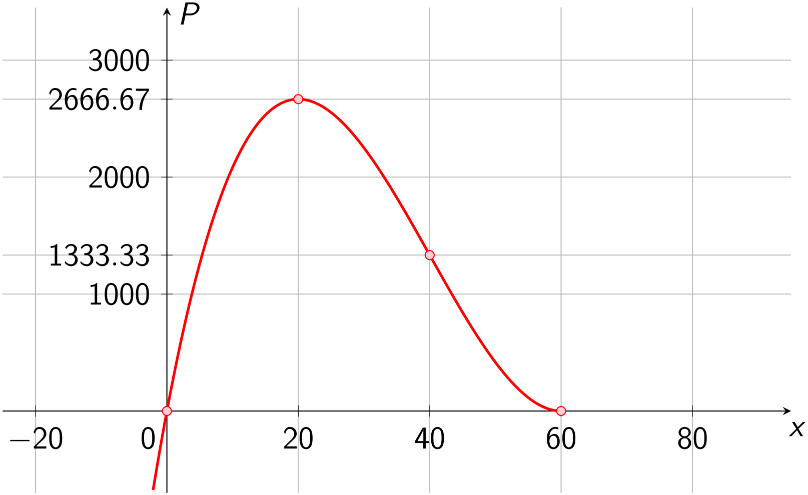
| | $-\infty$ | | 40 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

| | $-\infty$ | | 20 | | 60 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |



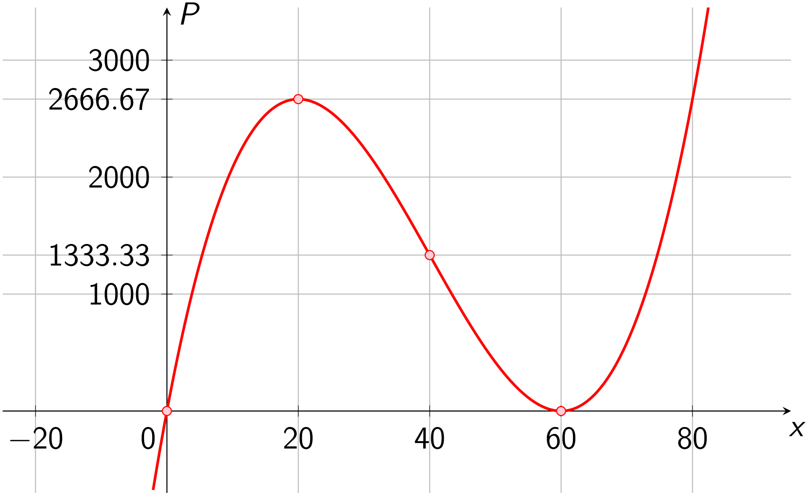
| $x$ | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

| $x$ | $-\infty$ | | $20$ | | $60$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |



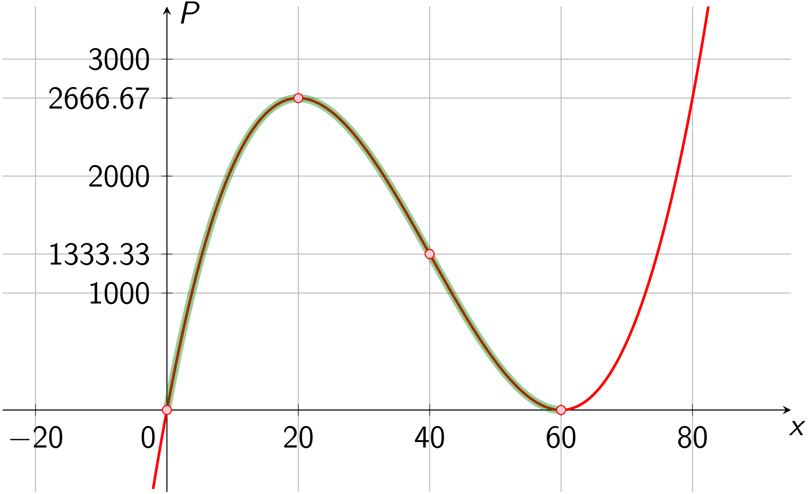
| $x$ | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

| $x$ | $-\infty$ | | $20$ | | $60$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |



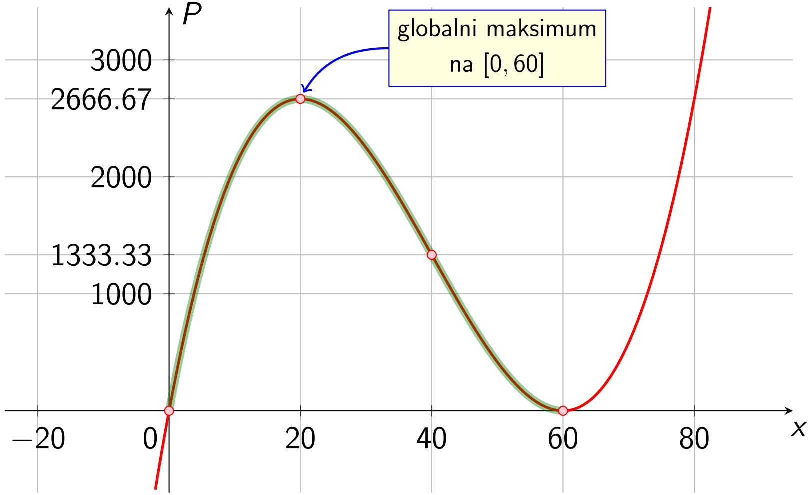
| $x$ | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

| $x$ | $-\infty$ | | $20$ | | $60$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |



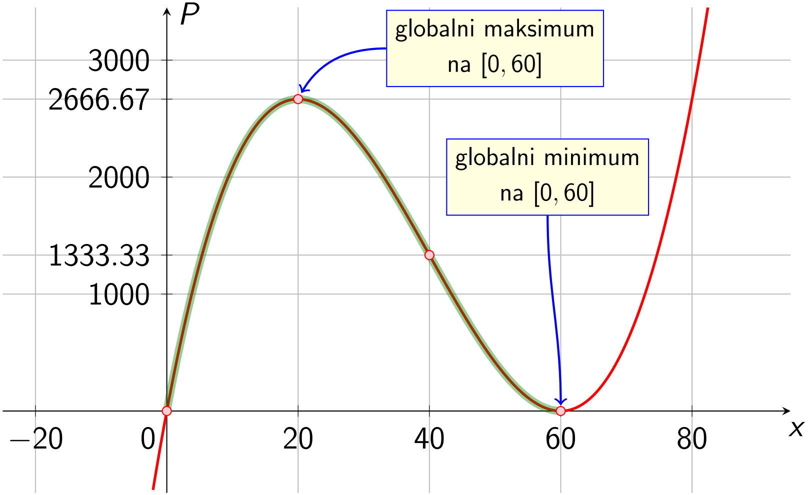
| | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

| | $-\infty$ | | $20$ | | $60$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |



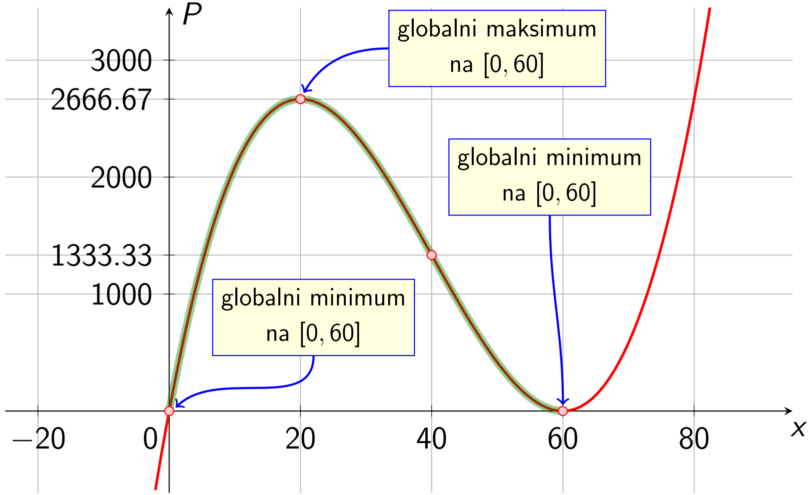
| $x$ | $-\infty$ … $40$ | $40$ … $+\infty$ |
|---|---|---|
| $P''$ | $-$ | $+$ |
| $P$ | $\frown$ | $\smile$ |

| $x$ | $-\infty$ … $20$ | $20$ … $60$ | $60$ … $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P'$ | $+$ | $-$ | $+$ |
| $P$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | $\nearrow$ |



| | $-\infty$ | | $40$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P''$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\frown$ | | $\smile$ | |

| | $-\infty$ | | $20$ | | $60$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $P$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |



# četvrti zadatak

## Zadatak 4

*Zadana je funkcija troškova* $T(x) = 0.01x^2 + 4x + 680$. *Cijena* $p$ *jednog proizvoda u ovisnosti o broju prodanih proizvoda dana je funkcijom* $p(x) = 12 - \frac{1}{500}x$.

a) *Odredite funkciju profita u ovisnosti o broju proizvoda.*

b) *Odredite za koju količinu proizvodnje se ostvaruje maksimalni profit i koliko on iznosi.*

c) *Koliki su troškovi u slučaju maksimalnog profita?*

d) *Odredite za koje količine proizvodnje je profit pozitivan.*

## Rješenje

a)

$$\text{PROFIT (ili DOBIT)} = \text{PRIHOD} - \text{TROŠKOVI}$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}$$

## Rješenje

a)

$$\text{PROFIT (ili DOBIT)} = \text{PRIHOD} - \text{TROŠKOVI}$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}$$

- Prihod kao funkcija potražnje

$$P(x) = p(x) \cdot x =$$

## Rješenje

a)

$$\text{PROFIT (ili DOBIT)} = \text{PRIHOD} - \text{TROŠKOVI}$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}$$

- Prihod kao funkcija potražnje

$$P(x) = p(x) \cdot x = \left(12 - \frac{1}{500}x\right) \cdot x$$

## Rješenje

a)

$$\text{PROFIT (ili DOBIT)} = \text{PRIHOD} - \text{TROŠKOVI}$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}$$

- Prihod kao funkcija potražnje

$$P(x) = p(x) \cdot x = \left(12 - \frac{1}{500}x\right) \cdot x = -\frac{1}{500}x^2 + 12x$$

## Rješenje

a)
$$\text{PROFIT (ili DOBIT)} = \text{PRIHOD} - \text{TROŠKOVI}$$
$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}$$

- Prihod kao funkcija potražnje

$$P(x) = p(x) \cdot x = \left(12 - \frac{1}{500}x\right) \cdot x = -\frac{1}{500}x^2 + 12x$$

- Profit kao funkcija potražnje

$$D(x) = P(x) - T(x) =$$

## Rješenje

a)

$$\text{PROFIT (ili DOBIT)} = \text{PRIHOD} - \text{TROŠKOVI}$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}$$

- Prihod kao funkcija potražnje

$$P(x) = p(x) \cdot x = \left(12 - \frac{1}{500}x\right) \cdot x = -\frac{1}{500}x^2 + 12x$$

- Profit kao funkcija potražnje

$$D(x) = P(x) - T(x) =$$

$$= \left(-\frac{1}{500}x^2 + 12x\right) - \left(0.01x^2 + 4x + 680\right)$$

## Rješenje

a)

$$\text{PROFIT (ili DOBIT)} = \text{PRIHOD} - \text{TROŠKOVI}$$

$$\text{PRIHOD} = \text{CIJENA} \cdot \text{POTRAŽNJA}$$

- Prihod kao funkcija potražnje

$$P(x) = p(x) \cdot x = \left(12 - \frac{1}{500}x\right) \cdot x = -\frac{1}{500}x^2 + 12x$$

- Profit kao funkcija potražnje

$$D(x) = P(x) - T(x) =$$

$$= \left(-\frac{1}{500}x^2 + 12x\right) - \left(0.01x^2 + 4x + 680\right) =$$

$$= -0.012x^2 + 8x - 680$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680.$

$$D'(x) =$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$D'(x) = \ -0.024x + 8$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$D'(x) = -0.024x + 8$$

$$-0.024x + 8 = 0$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$\begin{aligned} D'(x) &= -0.024x + 8 \\ -0.024x + 8 &= 0 \\ -0.024x &= -8 \end{aligned}$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$D'(x) = -0.024x + 8$$

$$-0.024x + 8 = 0$$

$$-0.024x = -8 \ \Big/ : (-0.024)$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$\begin{aligned} D'(x) &= -0.024x + 8 \\ -0.024x + 8 &= 0 \\ -0.024x &= -8 \;\Big/ : (-0.024) \\ x &= 333.33 \end{aligned}$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$\begin{aligned} D'(x) =& -0.024x + 8 \\ -0.024x + 8 =& \ 0 \\ -0.024x =& -8 \ \big/ : (-0.024) \\ x =& \ 333.33 \end{aligned}$$

$$D''(x) = -0.024, \qquad D''(333.33) = -0.024 < 0$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$\begin{aligned} D'(x) = & -0.024x + 8 \\ -0.024x + 8 &= 0 \\ -0.024x &= -8 \ \Big/ : (-0.024) \\ x &= 333.33 \end{aligned}$$

$$D''(x) = -0.024, \qquad D''(333.33) = -0.024 < 0$$

Maksimalni profit se postiže za približno 333 proizvoda i iznosi

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680.$

$$\begin{aligned} D'(x) = & -0.024x + 8 \\ -0.024x + 8 &= 0 \\ -0.024x &= -8 \ \Big/ : (-0.024) \\ x &= 333.33 \end{aligned}$$

$$D''(x) = -0.024, \qquad D''(333.33) = -0.024 < 0$$

$$D(333.33) = -0.012 \cdot 333.33^2 + 8 \cdot 333.33 - 680$$

Maksimalni profit se postiže za približno 333 proizvoda i iznosi

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$
\begin{aligned}
D'(x) = & -0.024x + 8 \\
-0.024x + 8 &= 0 \\
-0.024x &= -8 \;/ : (-0.024) \\
x &= 333.33
\end{aligned}
$$

$$D''(x) = -0.024, \qquad D''(333.33) = -0.024 < 0$$

$$D(333.33) = -0.012 \cdot 333.33^2 + 8 \cdot 333.33 - 680 = 653.33$$

Maksimalni profit se postiže za približno 333 proizvoda i iznosi 653.33 novčane jedinice.

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$D'(x) = -0.024x + 8$$

$$-0.024x + 8 = 0$$

$$-0.024x = -8 \;/ : (-0.024)$$

$$\boxed{T(x) = 0.01x^2 + 4x + 680} \qquad x = 333.33$$

$$D''(x) = -0.024, \qquad D''(333.33) = -0.024 < 0$$

$$D(333.33) = -0.012 \cdot 333.33^2 + 8 \cdot 333.33 - 680 = 653.33$$

Maksimalni profit se postiže za približno 333 proizvoda i iznosi 653.33 novčane jedinice.

c) Troškovi kod maksimalnog profita iznose

$$T(333.33) =$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$D'(x) = -0.024x + 8$$

$$-0.024x + 8 = 0$$

$$-0.024x = -8 \;/ : (-0.024)$$

$$\boxed{T(x) = 0.01x^2 + 4x + 680}$$

$$x = 333.33$$

$$D''(x) = -0.024, \qquad D''(333.33) = -0.024 < 0$$

$$D(333.33) = -0.012 \cdot 333.33^2 + 8 \cdot 333.33 - 680 = 653.33$$

Maksimalni profit se postiže za približno 333 proizvoda i iznosi 653.33 novčane jedinice.

c) Troškovi kod maksimalnog profita iznose

$$T(333.33) = 0.01 \cdot (333.33)^2 + 4 \cdot 333.33 + 680$$

b) Treba pronaći ekstreme funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$D'(x) = -0.024x + 8$$

$$-0.024x + 8 = 0$$

$$-0.024x = -8 \;/ : (-0.024)$$

$$\boxed{T(x) = 0.01x^2 + 4x + 680}$$

$$x = 333.33$$

$$D''(x) = -0.024, \qquad D''(333.33) = -0.024 < 0$$

$$D(333.33) = -0.012 \cdot 333.33^2 + 8 \cdot 333.33 - 680 = 653.33$$

Maksimalni profit se postiže za približno 333 proizvoda i iznosi 653.33 novčane jedinice.

c) Troškovi kod maksimalnog profita iznose 3124.41 novčanih jedinica.

$$T(333.33) = 0.01 \cdot (333.33)^2 + 4 \cdot 333.33 + 680$$

$$T(333.33) = 3124.41$$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$0 = 0$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-0.012) \cdot (-680)}}{2 \cdot (-0.012)}$$

$0 = 0$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-0.012) \cdot (-680)}}{2 \cdot (-0.012)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 32.64}}{-0.024}$$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-0.012) \cdot (-680)}}{2 \cdot (-0.012)}$$

$0 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 32.64}}{-0.024}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{31.36}}{-0.024}$$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-0.012) \cdot (-680)}}{2 \cdot (-0.012)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 32.64}}{-0.024}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{31.36}}{-0.024}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 5.6}{-0.024}$$

$0 = 0$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-0.012) \cdot (-680)}}{2 \cdot (-0.012)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 32.64}}{-0.024}$$

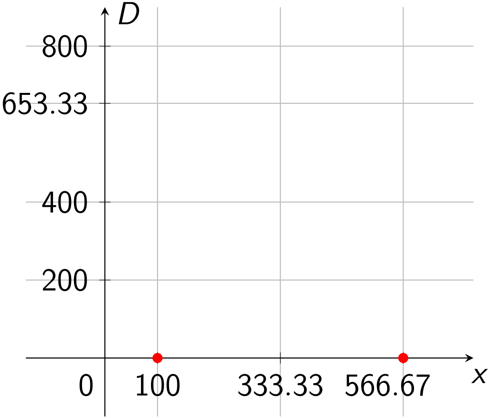
$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{31.36}}{-0.024}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 5.6}{-0.024}$$

$$x_1 = 100, \quad x_2 = 566.67$$

$0 = 0$

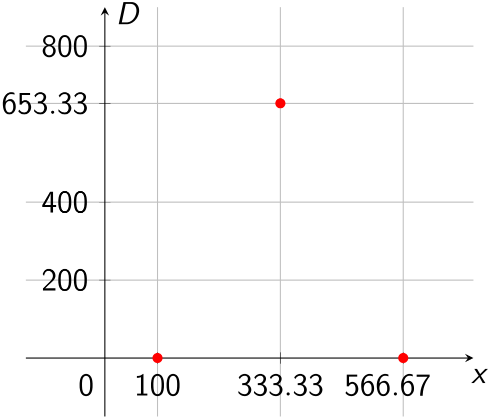
d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680.$




$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_1 = 100, \quad x_2 = 566.67$$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680.$

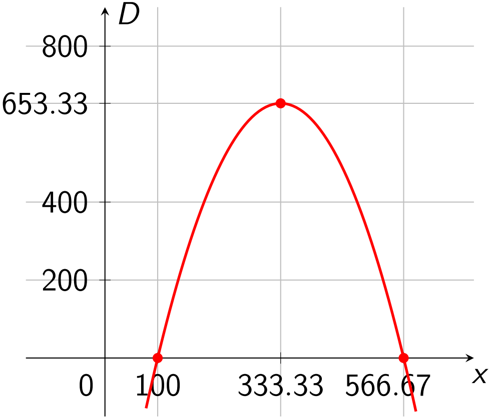



$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_1 = 100, \quad x_2 = 566.67$$

tjeme: $(333.33, 653.33)$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.

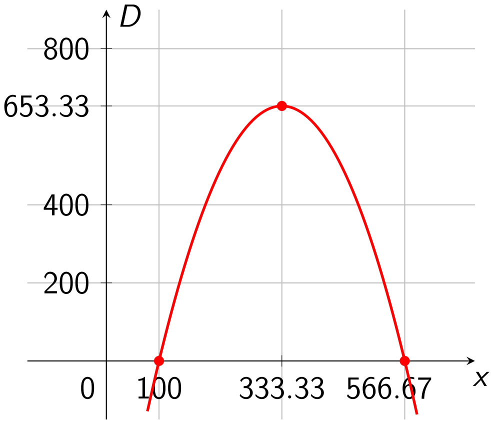



$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_1 = 100, \quad x_2 = 566.67$$

tjeme: $(333.33,\ 653.33)$

d) Tražimo nultočke funkcije $D(x) = -0.012x^2 + 8x - 680$.




$$-0.012x^2 + 8x - 680 = 0$$

$$x_1 = 100, \quad x_2 = 566.67$$

tjeme: (333.33, 653.33)

Profit je pozitivan za količinu proizvodnje $x \in \langle 100, 566.67 \rangle$.