

Amortizacija. Anticipativni obračun kamata

FINANCIJSKA MATEMATIKA, IPS

Damir Horvat

FOI, Varaždin

Rješenje

- $C = 200\,000$, $n = 8$, $S = -20\,000$

- Amortizacijska kvota

$$R = \frac{C - S}{n} = \frac{200\,000 - (-20\,000)}{8} = 27\,500$$

- Akumulirana amortizacija na kraju pete godine

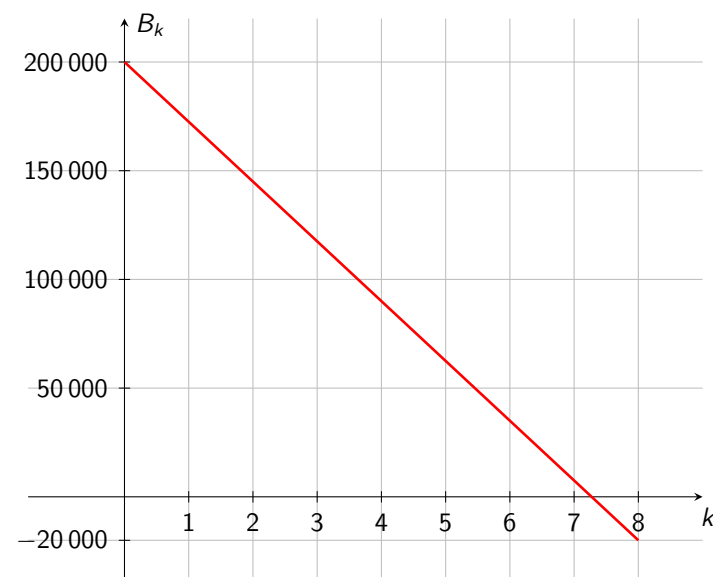
$$D_5 = 5R = 5 \cdot 27\,500 = 137\,500$$

2 / 28

Zadatak 1

Uređaj čija je nabavna vrijednost 200 000 kn ima životni vijek 8 godina. Na kraju radnog vijeka neće imati vrijednost, nego će trebati platiti 20 000 kn za njegovu demontažu i zbrinjavanje. Izračunajte amortizacijsku kvotu za amortizaciju linearnom metodom te odredite akumuliranu amortizaciju na kraju pete godine.

1 / 28

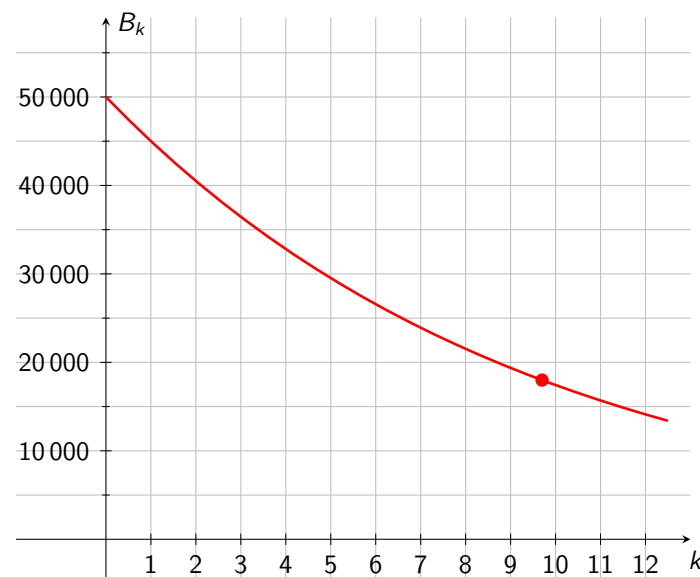


3 / 28

Zadatak 2

Oprema vrijedna 50 000 kn amortizira se metodom konstantnog postotka uz 10% godišnje. Nakon koliko vremena će vrijednost opreme biti manja od 18 000 kn?

4 / 28



6 / 28

Rješenje

$$B_k = C \cdot \left(1 - \frac{d}{100}\right)^k \quad / : C$$

$$k = \frac{\log \frac{18\,000}{50\,000}}{\log \left(1 - \frac{10}{100}\right)}$$

$$\left(1 - \frac{d}{100}\right)^k = \frac{B_k}{C} \quad / \log$$

$$k = 9.69671$$

$$k \cdot \log \left(1 - \frac{d}{100}\right) = \log \frac{B_k}{C}$$

Vrijednost opreme će biti manja od 18 000 kn nakon 10 godina.

$$k = \frac{\log \frac{B_k}{C}}{\log \left(1 - \frac{d}{100}\right)}$$

5 / 28

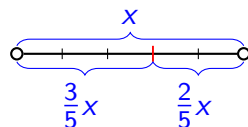
Zadatak 3

Stroj vrijednosti 190 000 kn životnog vijeka pet godina na kraju radnog vijeka ima otpisnu vrijednost 40 000 kn. Izradite amortizacijsku tablicu ako se u prve dvije godine koristi linearna metoda amortizacije, a u preostale tri godine metoda konstantnog postotka, pri čemu je odnos otpisanih vrijednosti kod navedenih metoda 3 : 2 u korist linearne metode.

7 / 28

Rješenje

- Ukupan trošak amortizacije



$$C - S = 190\,000 - 40\,000 = 150\,000$$

- Trošak amortizacije kod linearne metode

$$C_1 - S_1 = \frac{3}{5} \cdot 150\,000 = 90\,000$$

Kod linearne metode je zapravo $C_1 = 190\,000$ i $S_1 = 100\,000$.

- Trošak amortizacije kod metode konstantnog postotka

$$C_2 - S_2 = \frac{2}{5} \cdot 150\,000 = 60\,000$$

Kod metode konstantnog postotka je zapravo $C_2 = 100\,000$ i $S_2 = 40\,000$.

8 / 28

$$R_1 = R_2 = \frac{C_1 - S_1}{2} = \frac{90\,000}{2} = 45\,000$$

$$D_1 = R_1 = 45\,000$$

$$D_2 = D_1 + R_2 = 45\,000 + 45\,000 = 90\,000$$

$$B_1 = C - D_1 = 190\,000 - 45\,000 = 145\,000$$

$$B_2 = C - D_2 = 190\,000 - 90\,000 = 100\,000$$

$$d = 100 \left(1 - \sqrt[3]{\frac{40\,000}{100\,000}} \right) \approx 26.31937$$

$$R_3 = B_2 \cdot \frac{d}{100} = 100\,000 \cdot \frac{26.31937}{100} = 26\,319.37$$

$$D_3 = D_2 + R_3 = 90\,000 + 26\,319.37 = 116\,319.37$$

$$B_3 = C - D_3 = 190\,000 - 116\,319.37 = 73\,680.63$$

10 / 28

$$B_k + D_k = C$$

$$R_k = B_{k-1} \cdot \frac{d}{100}$$

$$d = 100 \left(1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}} \right)$$

$$R = \frac{C - S}{n}$$

$$d \approx 26.31937$$

k	R_k	D_k	B_k
0	—	—	190 000
1	45 000	45 000	145 000
2	45 000	90 000	100 000
3	26 319.37	116 319.37	73 680.63
4	19 392.28	135 711.65	54 288.35
5	14 288.35	150 000	40 000

9 / 28

$$R_4 = B_3 \cdot \frac{d}{100} = 73\,680.63 \cdot \frac{26.31937}{100} = 19\,392.28$$

$$D_4 = D_3 + R_4 = 116\,319.37 + 19\,392.28 = 135\,711.65$$

$$B_4 = C - D_4 = 190\,000 - 135\,711.65 = 54\,288.35$$

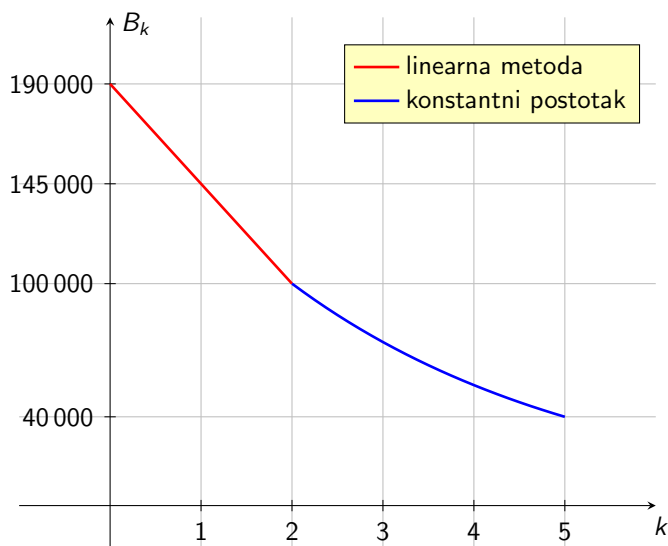
$$R_5 = B_4 \cdot \frac{d}{100} = 54\,288.35 \cdot \frac{26.31937}{100} = 14\,288.35$$

$$D_5 = D_4 + R_5 = 135\,711.65 + 14\,288.35 = 150\,000$$

$$B_5 = C - D_5 = 190\,000 - 150\,000 = 40\,000$$

11 / 28

Linearna metoda i konstantni postotak



12 / 28

$$B_k + D_k = C$$

$$R_k = p_k \cdot a$$

$$D_k = \sum_{i=1}^k R_i$$

$$D_k = D_{k-1} + R_k$$

$$Q = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

$$a = \frac{C - S}{Q}$$

Rješenje

k	p_k	R_k	D_k	B_k
0	—	—	—	60 000
1	4000	16 000	16 000	44 000
2	3500	14 000	30 000	30 000
3	2900	11 600	41 600	18 400
4	2600	10 400	52 000	8 000

$$Q = 13\,000$$

$$a = 4$$

14 / 28

Zadatak 4

Izradite amortizacijsku osnovicu za stroj čija je vrijednost 60 000 kn, a otpisna 8 000 kn. Predviđeni vijek trajanja stroja je 4 godine, a tijekom tih godina njegov je učinak po broju proizvoda dan u donjoj tablici.

godina	1.	2.	3.	4.
broj proizvoda	4000	3500	2900	2600

13 / 28

$$Q = 4000 + 3500 + 2900 + 2600 = 13\,000$$

$$a = \frac{C - S}{Q} = \frac{60\,000 - 8\,000}{13\,000} = 4$$

$$R_1 = p_1 \cdot a = 4000 \cdot 4 = 16\,000$$

$$R_2 = p_2 \cdot a = 3500 \cdot 4 = 14\,000$$

$$R_3 = p_3 \cdot a = 2900 \cdot 4 = 11\,600$$

$$R_4 = p_4 \cdot a = 2600 \cdot 4 = 10\,400$$

15 / 28

$$D_1 = R_1 = 16\,000$$

$$D_2 = D_1 + R_2 = 16\,000 + 14\,000 = 30\,000$$

$$D_3 = D_2 + R_3 = 30\,000 + 11\,600 = 41\,600$$

$$D_4 = D_3 + R_4 = 41\,600 + 10\,400 = 52\,000$$

$$B_1 = C - D_1 = 60\,000 - 16\,000 = 44\,000$$

$$B_2 = C - D_2 = 60\,000 - 30\,000 = 30\,000$$

$$B_3 = C - D_3 = 60\,000 - 41\,600 = 18\,400$$

$$B_4 = C - D_4 = 60\,000 - 52\,000 = 8\,000$$

16 / 28

Zadatak 5

Uz koju je godišnju kamatnu stopu na raspolaganje od 7 godina dobiven iznos od 5000 kn ako je uz jednostavni anticipativni kamatni račun iznos kamata nakon 7 godina jednak 2100 kn?

Rješenje

$$I_{\text{uk}} = \frac{C_n \cdot q \cdot n}{100}$$

- $C_0 = 5000$, $n = 7$, $I_{\text{uk}} = 2100$

- $C_7 = C_0 + I_{\text{uk}} = 5000 + 2100 = 7100$

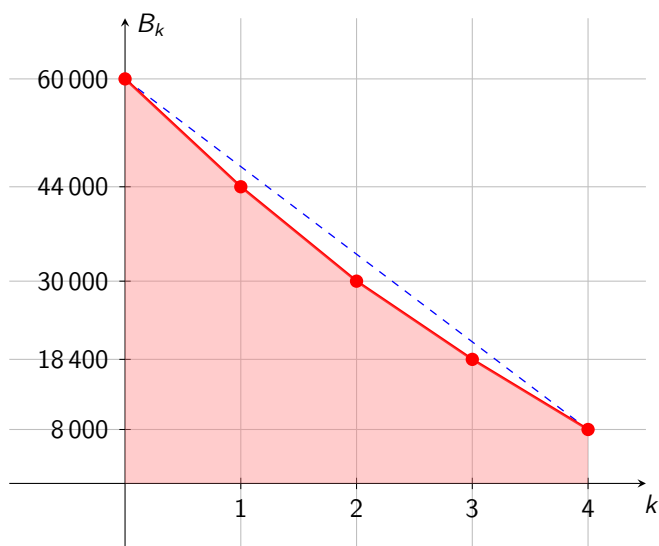
$$I_{\text{uk}} = \frac{C_7 \cdot q \cdot 7}{100} \qquad q = \frac{100 \cdot 2100}{7 \cdot 7100}$$

$$q = \frac{100 \cdot I_{\text{uk}}}{7 \cdot C_7} \qquad q = 4.23$$

Iznos je posuđen uz godišnju kamatnu stopu od 4.23%.

18 / 28

Funkcionalna amortizacija



17 / 28

Zadatak 6

Uz koju je mjesečnu kamatnu stopu posuđeno 8000 kn ako nakon 32 mjeseca dužnik uz složeni anticipativni obračun kamata treba vratiti 9500 kn? Kolika je ekvivalentna godišnja kamatna stopa?

Rješenje

- $C_0 = 8000$, $n = 32$, $C_{32} = 9500$

- Koristimo formulu $C_n = C_0 \rho^n$.

- $\rho = \frac{100}{100 - q}$

19 / 28

$$C_{32} = C_0 \cdot \rho_{mj}^{32}$$

$$\rho_{mj}^{32} = \frac{C_{32}}{C_0}$$

$$\rho_{mj} = \sqrt[32]{\frac{C_{32}}{C_0}}$$

$$\rho_{mj} = \sqrt[32]{\frac{9500}{8000}}$$

$$\rho_{mj} = 1.0053847665 \dots$$

$$\rho_{mj} = \frac{100}{100 - q_{mj}}$$

$$q_{mj} = \frac{100}{\rho_{mj}} (\rho_{mj} - 1)$$

$$q_{mj} = 0.5355926\%$$

$$\rho_{god} = \rho_{mj}^{12}$$

$$\rho_{god} = 1.066565685 \dots$$

$$\rho_{god} = \frac{100}{100 - q_{god}}$$

$$q_{god} = \frac{100}{\rho_{god}} (\rho_{god} - 1)$$

$$q_{god} = 6.24112\%$$

20 / 28

Zadatak 7

Zadana je glavnica od 1200 kn i godišnja kamatna stopa 5%.

- Odredite vrijednost glavnice nakon 8 mjeseci uz konformno ukamaćivanje.
- Odredite vrijednost glavnice nakon 8 mjeseci uz relativno mjesečno ukamaćivanje.

Obračun kamata je složeni i anticipativni.

22 / 28

Usporedba

- $C_0 = 8000$, $C_{32} = 9500$, $n = 32$ mjeseca
- Složeni dekurzivni obračun:** $C_n = C_0 r^n$, $r = 1 + \frac{p}{100}$
- Složeni anticipativni obračun:** $C_n = C_0 \rho^n$, $\rho = \frac{100}{100 - q}$

	dekurzivni obračun	anticipativni obračun
mjesečna kamatna stopa	$p_{mj} = 0.5384767\%$	$q_{mj} = 0.5355926\%$
godišnja kamatna stopa	$p_{god} = 6.6565685\%$	$q_{god} = 6.2411238\%$

$$\bullet \quad p = \frac{100q}{100 - q}, \quad q = \frac{100p}{100 + p}$$

21 / 28

$$C_n = C_0 \cdot \rho^n$$

$$\rho = \frac{100}{100 - q}$$

Rješenje

- Mjesečni anticipativni kamatni faktor

$$\rho = \sqrt[12]{\frac{100}{100 - 5}} = \sqrt[12]{\frac{20}{19}}$$

Vrijednost glavnice nakon 8 mjeseci

$$C_8 = 1200 \cdot \sqrt[12]{\frac{20}{19}}^8 = 1241.74$$

23 / 28

$$C_n = C_0 \cdot \rho^n$$

$$\rho = \frac{100}{100 - q}$$

b) Relativna mjesečna kamatna stopa: $q_r = \frac{5}{12}$

Mjesečni anticipativni kamatni faktor

$$\rho = \frac{100}{100 - q_r} = \frac{100}{100 - \frac{5}{12}} = \frac{240}{239}$$

Vrijednost glavnice nakon 8 mjeseci

$$C_8 = 1200 \cdot \left(\frac{240}{239}\right)^8 = 1240.76$$

24 / 28

Zadatak 8

Koliko je uplaćivano krajem svakog mjeseca ako je na kraju trećeg kvartala treće godine uz godišnju kamatnu stopu 12% i složeni anticipativni obračun kamata vrijednost svih uplata jednaka 35 000 kn?

Rješenje

$$\bullet \quad q = 12, \quad S' = 35\,000, \quad n = 33$$

$$\rho = \frac{100}{100 - q}$$

$$\rho = \sqrt[12]{\frac{100}{100 - 12}} = \sqrt[12]{\frac{25}{22}}$$

$$S' = R \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho - 1}$$

$$R = S' \cdot \frac{\rho - 1}{\rho^n - 1} = 35\,000 \cdot \frac{\sqrt[12]{\frac{25}{22}} - 1}{\sqrt[12]{\frac{25}{22}}^{33} - 1} = 889.81$$

26 / 28

Usporedba

	dekurzivni obračun	anticipativni obračun
konformno ukamaćivanje	$C_8 = 1239.67$	$C_8 = 1241.74$
relativno ukamaćivanje	$C_8 = 1240.59$	$C_8 = 1240.76$

	dekurzivni obračun	anticipativni obračun
konformno ukamaćivanje	$r = 1.004074124$	$\rho = 1.004283590$
relativno ukamaćivanje	$r = 1.004166667$	$\rho = 1.004184100$

25 / 28

Zadatak 9

Antonija je početkom svakog mjeseca uplaćivala 400 kn tijekom dvije godine. Prvu uplatu je izvršila 1. travnja 2013. Kolikim će iznosom raspolagati 1. rujna 2015. godine uz složeni anticipativni obračun kamata i godišnju kamatnu stopu 2.5%?

27 / 28

Rješenje

$$\rho = \frac{100}{100 - q}$$

- Mjesečni anticipativni kamatni faktor

$$\rho = \sqrt[12]{\frac{100}{100 - 2.5}} = \sqrt[12]{\frac{40}{39}} \approx 1.002112045$$

- Iznos na datum 1. travnja 2015.

$$S = R \cdot \rho \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho - 1} = 400 \cdot 1.002112045 \cdot \frac{1.002112045^{24} - 1}{1.002112045 - 1}$$

$$S = 9857.60$$

- Iznos na datum 1. rujna 2015.

$$X = S\rho^5 = 9857.60 \cdot 1.002112045^5 = 9962.14$$