

## Jednostavni dekurzivni kamatni račun

FINANCIJSKA MATEMATIKA, IPS

Damir Horvat

FOI, Varaždin

### Zadatak 2

Julija je 19.6.2009. podmirila dug sa zakašnjenjem od 101 dana plativši ukupno 7441.40 kn uz godišnju kamatnu stopu 7%. Odredite iznos kojim se taj dug mogao podmiriti 12.5.2009. Obračun kamata je jednostavni i dekurzivni.

### Rješenje

$$C_{101} = 7441.40, \quad n = 101, \quad p = 7\%$$

Iz  $C_n = C_0 \left(1 + \frac{pn}{36500}\right)$  slijedi

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + \frac{pn}{36500}} = \frac{7441.40}{1 + \frac{7 \cdot 101}{36500}} = 7300$$

Početni dug bez kamata iznosi 7300 kn.

2 / 21

### Zadatak 1

Kolike su kamate na glavicu od 264 000 kn ako je novac oročen od 1.3. do 25.10. iste godine uz godišnju kamatnu stopu 10% i jednostavni dekurzivni obračun kamata?

### Rješenje

- $C_0 = 264\,000$ ,  $p = 10$
- Broj dana između datuma 1.3. i 25.10.

$$n = 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 24 = 238$$

- Kamate

$$I = C_0 \cdot \frac{pn}{36\,500} = 264\,000 \cdot \frac{238 \cdot 10}{36\,500} = 17\,214.25$$

1 / 21

Prebrojimo koliko ima dana između datuma

12.5.2009. i 19.6.2009.

Prvi dan brojimo, zadnji ne brojimo. To je ukupno **38 dana**.

12.5.2009.  $\rightarrow 101 - 38 = 63$  **dana** zakašnjenja

$$C_{63} = C_0 \left(1 + \frac{p \cdot 63}{36500}\right)$$

$$C_{63} = 7300 \cdot \left(1 + \frac{7 \cdot 63}{36500}\right)$$

$$C_{63} = 7388.20$$

Julija bi platila 7388.20 kn ako bi dug podmirila 12.5.2009.

3 / 21

### Zadatak 3

Nikolina je u dvije banke uložila ukupno 100 000 €. Prva banka primijenjuje godišnju kamatnu stopu 8.5%, a druga 9%. Odredite iznos koji je Nikolina oročila u svakoj banci ako je nakon jedne godine u drugoj banci dobila 2000 € više ukupnih kamata nego u prvoj banci. Obračun kamata je jednostavni i dekurzivni.

4 / 21

$$X_1 + X_2 = 100\,000$$

$$-8.5X_1 + 9X_2 = 200\,000$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -8.5 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot 9 - (-8.5) \cdot 1 = 17.5$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 100\,000 & 1 \\ 200\,000 & 9 \end{vmatrix} = 100\,000 \cdot 9 - 200\,000 \cdot 1 = 700\,000$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 100\,000 \\ -8.5 & 200\,000 \end{vmatrix} = 1 \cdot 200\,000 - (-8.5) \cdot 100\,000 = 1\,050\,000$$

$$X_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{700\,000}{17.5} = 40\,000, \quad X_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{1\,050\,000}{17.5} = 60\,000$$

6 / 21

### Rješenje

$X_1 \leftarrow$  Iznos kojeg je Nikolina uložila u prvoj banci

$X_2 \leftarrow$  Iznos kojeg je Nikolina uložila u drugoj banci

$$X_1 + X_2 = 100\,000$$

$$I_n = \frac{C_0 \cdot p \cdot n}{100}$$

$I_n^{(1)} \leftarrow$  Ukupni iznos kamata nakon  $n$  godina u prvoj banci

$I_n^{(2)} \leftarrow$  Ukupni iznos kamata nakon  $n$  godina u drugoj banci

$$I_1^{(2)} - I_1^{(1)} = 2000$$

$$\frac{X_2 \cdot p_2 \cdot 1}{100} - \frac{X_1 \cdot p_1 \cdot 1}{100} = 2000$$

$$\frac{9}{100}X_2 - \frac{8.5}{100}X_1 = 2000 \quad / \cdot 100$$

$$9X_2 - 8.5X_1 = 200\,000$$

5 / 21

### Zadatak 4

Nakon koliko kvartala neka glavnica poveća svoju vrijednost za 35% uz jednostavni dekurzivni obračun kamata i godišnju kamatnu stopu 4.1%?

### Rješenje

- Godišnja kamatna stopa:  $p = 4.1$
- Relativna kvartalna kamatna stopa:  $p' = \frac{4.1}{4} = 1.025$
- Početna glavnica:  $C_0$
- Nova glavnica:  $C_n = C_0 + 0.35C_0 = 1.35C_0$
- Ukupne kamate:  $I_n = C_n - C_0 = 1.35C_0 - C_0 = 0.35C_0$
- Ako je  $n$  vrijeme u kvartalima, tada je

$$I_n = \frac{C_0 \cdot p' \cdot n}{100} = \frac{C_0 \cdot p \cdot n}{400}$$

7 / 21

$$I_n = \frac{C_0 \cdot p \cdot n}{400}$$

$$0.35C_0 = \frac{C_0 \cdot p \cdot n}{400} \bigg/ : C_0$$

$$0.35 = \frac{p \cdot n}{400} \bigg/ \cdot 400$$

$$140 = p \cdot n$$

$$n = \frac{140}{p}$$

$$n = \frac{140}{4.1}$$

$$n = 34.15$$

Nakon 35 kvartala početna glavnica  $C_0$  povećat će svoju vrijednost za 35% ukoliko je godišnja kamatna stopa 4.1%.

8 / 21

## Trezorski zapisi – osnovna obilježja

- Prenosivi kratkoročni dužnički vrijednosni papir.
- Izdavatelj je Ministarstvo financija.
- Predstavlja izravnu, bezuvjetnu i neosiguranu obvezu Ministarstva financija.
- Izdaje se uz diskont.
- Izdaju se putem aukcija uglavnom u kunama, ali postoje i s valutnom klauzulom na euro.

10 / 21

### Zadatak 5

Kako će se promijeniti ukupni iznos jednostavnih kamata ako glavnicu uvećamo za 10%, a godišnju kamatnu stopu smanjimo za 10%?

### Rješenje

- Početna glavnica:  $C_0$       Kamatna stopa:  $p$
- Ukupne kamate prije promjena:  $I = \frac{C_0 \cdot p \cdot n}{100}$
- Nova glavnica:  $C_0 + 0.1C_0 = 1.1C_0$
- Nova kamatna stopa:  $p - 0.1p = 0.9p$
- Ukupne kamate nakon promjena:

$$I' = \frac{1.1C_0 \cdot 0.9p \cdot n}{100} = 0.99 \cdot \frac{C_0 \cdot p \cdot n}{100} = 0.99I$$

Iz  $I' = 0.99I$  zaključujemo da će se nakon spomenutih promjena ukupne kamate smanjiti za 1%.

9 / 21

## Trezorski zapisi – izračun

- Na aukciji za kupnju trezorskih zapisa potrebno je navesti:
  - nominalni iznos trezorskih zapisa
  - traženu diskontiranu cijenu za trezorske zapise
  - broj dana do dospelja (91 dan, 182 dana ili 364 dana)
- Diskontirana cijena utvrđuje se u skladu s visinom ciljane godišnje kamatne stope i broja dana do dospelja. Zaokružuje se na 3 decimale.
- Formula za izračun

$$D = 100 - \frac{100 \cdot n \cdot i}{365 + n \cdot i}$$

$D$  – diskontirani iznos,       $n$  – broj dana do dospelja,       $i = \frac{p}{100}$

11 / 21

## Izvod formule

$$C_n = C_0 \left( 1 + \frac{pn}{36500} \right)$$

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + \frac{pn}{36500}}$$

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + \frac{p}{100} \cdot \frac{n}{365}}$$

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + \frac{n \cdot i}{365}}$$

$$C_0 = \frac{365 C_n}{365 + n \cdot i}$$

$$i = \frac{p}{100}$$

Stavimo  $C_n = 100$  i  $C_0 = D$ .

$$D = \frac{36500}{365 + n \cdot i}$$

$$D = \frac{100 \cdot (365 + n \cdot i) - 100 \cdot n \cdot i}{365 + n \cdot i}$$

$$D = 100 - \frac{100 \cdot n \cdot i}{365 + n \cdot i}$$

12 / 21

### Zadatak 7

Pretpostavimo da želite investirati neki iznos na 6 mjeseci. Kupite na aukciji trezorski zapis s rokom dospelja 364 dana po prinosu od 7.95%. (Trezorski zapis s rokom dospelja 6 mjeseci mogao se kupiti na istoj aukciji po 7.60%.) Nakon 6 mjeseci prodate trezorski zapis po 7.70%. Koliki prinos ste ostvarili na godišnjoj razini?

14 / 21

### Zadatak 6

Po kojoj cijeni treba kupiti trezorski zapis ako se želi ostvariti kamatna stopa od 7.95% na 364 dana?

#### Rješenje

- $n = 364$
- $i = \frac{p}{100} = \frac{7.95}{100} = 0.0795$

$$D = 100 - \frac{100 \cdot n \cdot i}{365 + n \cdot i} = 100 - \frac{100 \cdot 364 \cdot 0.0795}{365 + 364 \cdot 0.0795} = 92.654$$

Trezorski zapis treba kupiti u vrijednosti od 92.654% od nominalnog iznosa.

13 / 21

### Rješenje

- Kupnja trezorskog zapisa na godinu dana:  $n = 364$ ,  $i = 0.0795$

$$D = 100 - \frac{100 \cdot n \cdot i}{365 + n \cdot i} = 100 - \frac{100 \cdot 364 \cdot 0.0795}{365 + 364 \cdot 0.0795} = 92.654$$

- Prodaja trezorskog zapisa nakon pola godine:  $n = 182$ ,  $i = 0.077$

$$D = 100 - \frac{100 \cdot n \cdot i}{365 + n \cdot i} = 100 - \frac{100 \cdot 182 \cdot 0.077}{365 + 182 \cdot 0.077} = 96.303$$

- Ostvarene kamate u pola godine

$$I = \frac{96.303}{100}X - \frac{92.654}{100}X = 0.03649X$$

15 / 21

$$I = C_0 \cdot \frac{p \cdot d}{36\,500}$$

- Ostvareni prinos na godišnjoj razini

$$p = \frac{36\,500 \cdot I}{C_0 \cdot d}$$

$$p = \frac{36\,500 \cdot 0.03649X}{0.92654X \cdot 182}$$

$$p = 7.898$$

Ostvarili smo godišnji prihod od 7.898%.

16 / 21

## Izračun forward tečaja

$$F = S \cdot \frac{1 + \frac{p_2}{100} \cdot \frac{d}{360}}{1 + \frac{p_1}{100} \cdot \frac{d}{360}}$$

$$F + \frac{F \cdot p_1 \cdot d}{36\,000} = S + \frac{S \cdot p_2 \cdot d}{36\,000}$$

- $F$  – forward tečaj (prve valute)
- $d$  – broj dana trajanja vremenskog roka za razmjenu deviza
- $p_1$  – kamatna stopa prve valute (npr. €)
- $p_2$  – kamatna stopa druge valute (npr. HRK)
- $S$  – spot tečaj (prve valute)

18 / 21

## Devizna razmjena

- Devizna razmjena služi za usklađivanje novčanih tokova u različitim valutama.
- Dogovorna razmjena valuta između dva sudionika, na točno utvrđen rok i po unaprijed dogovorenim uvjetima.
- U prvom koraku predmetne valute se razmjenjuju po spot tečaju, a po isteku roka po forward tečaju.
- Forward tečaj određen je spot tečajem i visinom kamatnih stopa na taj rok za predmetne valute.

17 / 21

### Zadatak 8

Odredite forward tečaj za euro na rok od 90 dana ukoliko je kamatna stopa na kune 10%, a kamatna stopa na euro 5%. Spot tečaj eura je 7.4.

### Rješenje

- $d = 90$ ,  $p_1 = 5$ ,  $p_2 = 10$ ,  $S = 7.4$

$$F = S \cdot \frac{1 + \frac{p_2}{100} \cdot \frac{d}{360}}{1 + \frac{p_1}{100} \cdot \frac{d}{360}} = 7.4 \cdot \frac{1 + \frac{10}{100} \cdot \frac{90}{360}}{1 + \frac{5}{100} \cdot \frac{90}{360}} = 7.4914$$

Forward tečaj eura je 7.49.

19 / 21

## Domaća zadaća

### Zadatak 9

Trećina neke glavnice uložena je na godinu dana uz godišnju kamatnu stopu 12%, šestina iste glavnice na jedno polugodište uz godišnju kamatnu stopu 10%, a ostatak glavnice na jedan kvartal uz godišnju kamatnu stopu 8%. Odredite minimalni iznos uložene glavnice tako da ukupan iznos jednostavnih kamata bude barem 5 000 kn.

20 / 21

### Rješenje

$$\frac{\frac{1}{3}C_0 \cdot 12 \cdot 1}{100} + \frac{\frac{1}{6}C_0 \cdot 10 \cdot 1}{200} + \frac{\frac{1}{2}C_0 \cdot 8 \cdot 1}{400} = 5\,000$$

$$\frac{1}{25}C_0 + \frac{1}{120}C_0 + \frac{1}{100}C_0 = 5\,000$$

$$\frac{7}{120}C_0 = 5\,000$$

$$C_0 = 85\,714.29$$

Minimalna uložena glavnica mora biti jednaka 85 714.29 kn.

$$I = \frac{C_0 \cdot p_r \cdot n}{100}$$

$$p_r = \frac{p_{\text{god}}}{m}$$

$$I = \frac{C_0 \cdot p_{\text{god}} \cdot n}{100 \cdot m}$$

21 / 21